This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

600035957Z

PRESS F. 5.
SHELF
No. 9

C

18753 e. 93/4

RECUEIL

DE PROBLÈMES

Paris. — Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins. — 6015-77.

RECUEIL

DE

PROBLÈMES

TIRÉS DES COMPOSITIONS

DONNÉES A LA SORBONNE DE 1853 A 1875

POUR LES

BACCALAURÉATS ÈS SCIENCES,

SUIVIS

DES COMPOSITIONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES
DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE, DONNÉES AUX CONCOURS GÉNÉRAUX
DE 1846 A 1876,

PAR

A. LONCHAMPT

Préparateur aux baccalauréats ès lettres et ès sciences
et aux Écoles du Gouvernement.

DEUXIÈME ÉDITION.

QUATRIÈME PARTIE.

PHYSIQUE — CHIMIE.

QUESTIONS.

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1877

(Tous droits réservés.)

RADCLIFFE LIBRARY
UNIVERSITY
6 OCT 77
MUSEUM
OXFORD

RECUEIL

DE PROBLÈMES

QUESTIONS.

RADCLIFFE LIBRARY UNIVERSITY OF OXFORD 6 OCT 1937

PHYSIQUE.

PROBLÈMES SUR LES POIDS SPÉCIFIQUES.

1. Calculer le poids d'un obélisque qui a la forme d'un tronc de pyramide à base carrée, sachant que les côtés des deux bases du tronc sont de $1^m,83$ et $0^m,75$, que sa hauteur est de $67^m,25$ et que la densité de la matière de l'obélisque est égale à 2,57, celle de l'eau étant prise pour unité.

2. Une boule de verre pèse 2 kilogrammes; on demande quelle est la surface extérieure de la boule, sachant que la densité du verre est supposée égale à 2,38.

3. On demande le poids d'un bloc de marbre de forme cylindrique, qui a $6^m,75$ de hauteur et $0^m,65$ de diamètre. La densité du marbre est 2,72.

4. On a un vase cylindrique dont le diamètre intérieur est de $0^m,1$; le vase étant posé sur un plan horizontal par son fond circulaire, on y verse 12 kilogrammes de mercure; on demande

à quelle hauteur le liquide s'élèvera. On prendra la densité du mercure égale à 13,6.

5 On fabrique avec de l'or, dont la densité est 19,36, des feuilles qui ont 110 millièmes de millimètre d'épaisseur ($0^{mm},110$); quelle surface pourrait-on recouvrir avec 50 grammes de ces feuilles?

6. On forme avec de l'or, dont la densité est 19,36, des feuilles qui ont $\frac{1}{200}$ de millimètre d'épaisseur; quelle surface pourrait-on recouvrir avec 30 grammes de ces feuilles?

7. Quel est le diamètre d'un fil de platine qui pèse 35 grammes par mètre de longueur? On supposera la densité du platine égale à 21.

8. Un flacon plein d'air sec, sous la pression de $0^{m},760$ et à la température 0°, pèse 740 grammes; plein de chlore, il pèse $742^{gr},4$, et, plein d'eau distillée, 2020 grammes, toujours à la même température et à la même pression; on suppose que la densité de l'air, dans les mêmes circonstances, est égale à $\frac{1}{769}$ de celle de l'eau; on demande le rapport de la densité du chlore à celle de l'air.

9. Une sphère de cuivre pèse 500 grammes dans l'air et 430 dans l'eau; cette sphère est-elle creuse et quel est, dans ce cas, le volume de la cavité? Le poids spécifique du cuivre est 8,8.

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE.

10. Une couronne pesant 300 grammes est formée d'or ou d'argent, ou bien d'un alliage de ces deux métaux. On la pèse dans l'eau, et l'on trouve qu'elle a perdu 20 grammes de son poids; on demande quelle est la composition de la couronne, sachant que la densité de l'or est 19,5 et celle de l'argent 10,5.

11. On a constaté qu'un fragment d'aluminium qui pesait

28 grammes dans l'air n'a plus pesé que 18 grammes quand on l'a immergé dans l'eau, tandis qu'un poids de 90 grammes d'argent monnayé n'a pesé que 72 grammes quand il a été immergé dans l'acide sulfurique, dont la densité est 1,8; on demande, quand l'aluminium coûte 200 francs le kilogramme, dans quel rapport de prix il est avec l'argent, en supposant qu'on emploie les deux métaux en volumes égaux.

CORPS LESTÉS.

12. Un cylindre creux, suffisamment lesté à la partie inférieure pour se tenir dans un état d'équilibre stable, a une base dont la circonférence est de $0^m,1$; il pèse 100 grammes; on demande jusqu'où il s'enfoncera dans l'eau, dans le mercure, dans l'acide sulfurique à 1,8 de densité et dans l'huile de densité 0,9.

13. On veut lester un cylindre de bois de longueur égale à 1 mètre, de manière qu'il affleure dans l'eau jusqu'à sa partie supérieure. On prend pour lest un cylindre de platine de même section droite que le cylindre de bois, et l'on fixe ce cylindre de platine à la partie inférieure du cylindre de bois, de façon qu'il en soit le prolongement.

La densité du bois est 0,5; celle du platine est 21,5.

Quelle longueur faut-il donner au cylindre de platine pour satisfaire à la condition énoncée?

14. On a un cylindre de bois de 3 décimètres de longueur; le poids spécifique du bois est 0,65; on ajoute à la partie inférieure un cylindre de fer de $0^m,01$ de longueur, dont le poids spécifique est 8. On demande : 1° de quelle longueur plongent les deux cylindres dans l'eau; 2° si le centre de poussée est placé au-dessus ou au-dessous du centre de gravité.

15. Un cylindre de fer de $0^m,25$ de hauteur, à la base duquel est soudé un cylindre de platine de même diamètre et de $0^m,05$ de hauteur, est plongé dans le mercure; quelle sera la hauteur du cylindre immergé? La densité du platine est 21,2; celle du fer, 7,8; celle du mercure, 13,6.

16. Quel est le rapport des poids P et P′ de deux cylindres de fer et de platine qu'il faudrait attacher ensemble pour que le système pût se maintenir en équilibre au milieu du mercure? La densité du platine est 21 ; celle du mercure, 13,6, et celle du fer, 7,8.

CORPS FLOTTANTS.

17. Dans un vase qui contient de l'eau et du mercure, on a une boule de fer en équilibre, dont une partie plonge dans le mercure et le reste dans l'eau; on demande de trouver le rapport de la portion du volume plongée dans l'eau à la portion plongée dans le mercure, sachant que la densité du mercure est 13,6 et celle du fer 7,8.

18. Une sphère de platine vide a $0^m,1$ de rayon extérieur, et son épaisseur est inconnue; déterminer cette épaisseur par la condition que la sphère soit en équilibre dans le mercure. Les densités du mercure et du platine sont 13,6 et 21,5.

PESÉES. — CORRECTION DE LA PERTE DE POIDS. MESURE DES DENSITÉS.

19. Aux deux extrémités d'un fléau de balance à bras égaux sont attachés d'une part une boule creuse, d'autre part un poids de laiton pesant 100 grammes. Dans le vide, la boule et le poids sont en équilibre. Dans l'air, pour que l'équilibre subsiste, il faut réduire le poids de laiton à 99 grammes; on demande le volume de la boule. Dans les circonstances où l'on opère, 1 litre d'air pèse $1^{gr},293$, et le décimètre cube de laiton pèse $8^{kg},393$.

20. Une boule de cire et une boule de platine suspendues dans l'air aux deux extrémités du fléau d'une balance se font équilibre. Trouver le rapport des poids réels de ces deux boules. La densité du platine est 22, celle de la cire 0,96 et celle de l'air 0,0013.

21. Un morceau d'or pèse 3 kilogrammes dans le vide; on

demande la valeur des poids apparents qu'on lui trouverait en le pesant d'abord dans l'air, puis dans l'eau, comme si l'on voulait en déterminer le poids spécifique. On admettra que, dans les conditions de l'expérience, le poids de 1 litre d'air est $1^{gr},293$; celui de 1 litre d'eau, 1 kilogramme; celui de 1 litre d'or, $19^{kg},5$. Enfin on suppose que les poids employés sont en laiton de poids spécifique 8,4.

22. Un corps perd de son poids dans l'air $7^{gr},215$; combien perdrait-il dans l'azote et dans le chlore? La densité de l'azote est 0,972, celle du chlore 2,470.

23. On a pesé à la même température un fragment de métal, successivement dans l'air, dans l'eau et dans un liquide A; on a trouvé $5^{gr},219$, $4^{gr},132$ et $5^{gr},005$; on demande la densité du métal et celle du liquide A par rapport à l'eau.

24. On sait que, dans les conditions normales de pression et de température, le litre d'air pèse $1^{gr},293$. Cela posé, on demande ce que pèserait dans l'air et dans ces conditions un demi-mètre cube de bois de chêne, dont la densité est 0,87.

25. On demande quelle perte de poids éprouvent, par le seul fait de la poussée de l'air, 100 kilogrammes de bois dont le poids spécifique rapporté à l'air égale $\frac{6}{10}$.

26. On demande quelle perte de poids éprouve, par le fait de son immersion dans l'air, un corps dont le poids spécifique est 0,9 et le volume 3 litres. La température est 0°, la pression $0^{m},760$, et l'on sait qu'en ces conditions le poids d'un litre d'air est $1^{gr},293$. En ces mêmes conditions de pression et de température, on demande quelle erreur on commet par kilogramme lorsque, sans autre correction, on pèse un corps dont le poids spécifique est 1,2 avec des poids en platine, dont le poids spécifique est 21. Le chiffre marqué sur ces poids indique ce qu'ils pèsent dans le vide.

ARÉOMÈTRES:

27. Un aréomètre de Fahrenheit doit être chargé de 20 grammes pour affleurer dans l'eau à 4° et de 50 grammes pour affleurer, à

cette température, dans un liquide dont le poids spécifique est 1,45 ; on demande quel est, toujours à cette même température, le poids spécifique d'un liquide dans lequel le même aréomètre affleure quand on le charge de 35 grammes.

28. Un aréomètre de Baumé, à tige bien cylindrique, s'enfonce jusqu'à la 66° division dans l'acide sulfurique, dont la densité est 1,8; on demande : 1° quelle est la densité de l'eau salée qui sert à la graduation de l'instrument; 2° quels sont le rapport du volume de l'aréomètre jusqu'à 0° et celui d'une division.

PESÉES. — CORRECTION DE LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

29. On veut avoir 150 grammes de mercure, on fait la pesée dans l'air; on demande quels sont les poids de laiton qu'il faut placer dans le plateau de la balance pour obtenir dans le vide les 150 grammes de mercure. La pression, le jour de l'expérience, est de $0^{m},735$. Le poids spécifique du laiton est 8,39, celui du mercure 13,596.

30. Un ballon vide pèse $152^{gr},475$; plein d'air, il pèse $168^{gr},386$; plein d'un autre gaz, il pèse $157^{gr},235$. On demande la densité de ce gaz par rapport à celle de l'air, prise pour unité, dans le cas où la pression reste invariable. On demande aussi quel genre de correction il faudrait faire si la pression avait été $0^{m},770$ pendant la pesée de l'air et tombait à $0^{m},740$ pendant la pesée du gaz.

AÉROSTATS.

31. Quelle est la force ascensionnelle d'un ballon supposé sphérique, dont le diamètre est de 15 mètres ? Il est fait avec du taffetas imperméable pesant $0^{gr},3$ par mètre carré, et il est gonflé avec du gaz d'éclairage de densité 0,5.

32. Calculer la force ascensionnelle d'un ballon sphérique de 5 mètres de rayon, rempli d'hydrogène, sachant que la densité de ce gaz vaut 0,069.

33. On demande ce que doit peser par mètre carré l'enveloppe d'un ballon sphérique de 2 décimètres de rayon pour que ce ballon, plein d'hydrogène à 0° et sous la pression $0^m,760$, ait une force ascensionnelle de 5 grammes. L'air extérieur est à la température de 0° sous la pression $0^m,760$; on néglige la différence qui existe entre le volume du gaz intérieur et celui de l'air déplacé. On sait que le litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,760$ pèse $1^{gr},293$; que la densité de l'hydrogène rapportée à celle de l'air prise pour unité a pour valeur 0,0693.

34. Un ballon est fabriqué avec du taffetas qui pèse 200 grammes par mètre carré, et son poids total est égal à 80 kilogrammes; quelle sera la force ascensionnelle de ce ballon quand il sera entièrement rempli d'hydrogène dans l'air à 0° et à la pression atmosphérique? La densité de cet hydrogène est 0,068.

35. On sait que le caoutchouc a une densité égale à 0,9; on demande quelle épaisseur devrait avoir la feuille de cette substance, servant à faire un ballon sphérique de 2 décimètres de diamètre, pour que celui-ci ait une force ascensionnelle de 2 grammes dans l'air à 0° et à $0^m,760$ de pression. On sait que, dans ces conditions, l'hydrogène, que l'on suppose pur et sec, a une densité de 0,0692, celle de l'air étant prise pour unité. On sait, de plus, dans les conditions normales de pression et de température, qu'un litre d'air pèse $1^{gr},3$.

PESÉES. — CORRECTIONS DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA PRESSION.

36. Le poids spécifique du cuivre à 0° est 8,878; le coefficient de la dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{19500}$; le poids spécifique de l'eau à 15° est de 0,9991. Cela posé, on demande quelle perte de poids éprouvera, par son immersion dans l'eau à 15°, un morceau de cuivre du poids de 426 grammes.

37. Quel effort faut-il faire pour soutenir dans l'eau à 20° un cône droit à base circulaire en cuivre ayant pour dimensions à 0°

une hauteur de $0^m,15$ et un diamètre de base de $0^m,08$. La densité du cuivre à 0° est 8,88; son coefficient de dilatation linéaire est $\frac{1}{58100}$; la densité de l'eau à 20° est 0,998215.

38. La densité de l'air étant 1, celle de l'hydrogène est 0,069 et celle de l'acide carbonique 1,524 à 0° et $0^m,760$ de pression. Un corps dans l'acide carbonique perd $1^{gr},15$; on demande quelle serait la perte du corps dans l'air et dans l'hydrogène. On demande, en outre, si le rapport des pertes reste le même : 1° à la température de 200°, la pression ne changeant pas; 2° à 30 atmosphères, la température étant toujours à 0°.

39. On pèse un corps solide dans le vide, on trouve $1543^{gr},253$; il pèse à une certaine température $1542^{gr},154$ dans l'air, et dans un autre gaz $1541^{gr},237$. On demande les rapports entre les densités de ces deux gaz. De plus, si l'on suppose que l'expérience soit faite à 0° et à $0^m,760$, quel est le volume du corps solide?

40. Un litre d'air sec à 0°, sous la pression de $0^m,760$, pèse $1^{gr},293$. Cela posé, on demande quelle perte de poids éprouve, par l'effet de son immersion dans l'air sec à 20° sous la pression de $0^m,740$, un morceau de verre massif du poids de 20 kilogrammes. Le poids spécifique du verre à 0° est 2,49; le coefficient de dilatation cubique de ce corps est $\frac{1}{38700}$; le coefficient de dilatation du gaz est 0,00367.

41. Un corps perd dans l'air une partie de son poids égale à $6^{gr},327$, à 0° et sous la pression $0^m,760$; on admet que la densité de l'air est, à 0° et sous la pression $0^m,760$, environ $\frac{1}{770}$ de la densité de l'eau prise pour unité. On néglige dans cette question l'influence de la dilatation du corps. On sait que le coefficient de la dilatation de l'air est 0,00366. On demande : 1° le volume du corps; 2° quelle serait la perte, si l'expérience était faite à 15° et sous la pression de $1^m,25$.

42. Le volume d'un certain poids de métal est 5 litres 182 centimètres cubes, à 10°,8; on le pèse dans le vide et dans l'air; on demande quelle est la perte dans l'air. On porte ensuite le corps à 25°,13; on le pèse de nouveau dans l'air; on demande quelle est la perte.

On sait que le coefficient de dilatation linéaire du métal est $\frac{1}{2400}$, et qu'un litre d'air, à 0° et sous la pression $0^m,760$, pèse $1^{gr},29$.

43. Le poids spécifique du platine à 0° est 22; le coefficient de la dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{38700}$. Le poids spécifique du mercure à 0° est 13,59; le coefficient de la dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{5550}$; quel effort faudra-t-il faire pour soutenir dans le mercure à 30° un morceau de platine pesant 10 kilogrammes dans le vide?

44. Le poids d'un litre d'air sec, à 0° et sous la pression $0^m,760$, est $1^{gr},293$; le poids spécifique du platine à 0° est 22; le coefficient de la dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{38700}$. Cela posé, on demande quel est, à 20°, le volume d'un kilogramme de platine et quelle perte de poids ce kilogramme éprouve par son immersion dans l'air. La pression est supposée de $0^m,760$.

45. Le poids d'un corps dans l'air est de 32 grammes; son poids, quand il est immergé dans l'eau à 4°, est 26 grammes; il n'est que de 24 grammes quand on le pèse immergé dans un liquide particulier à 0°; il est enfin de $24^{gr},4$ quand on le pèse dans ce liquide à 20° de température; on demande : 1° le volume de ce corps; 2° sa pesanteur spécifique; 3° la pesanteur spécifique du liquide; 4° le coefficient de dilatation de ce liquide. — On suppose que pendant ces diverses opérations le volume du corps reste constant.

46. On place sous une cloche contenant de l'air sec à 0° et à $0^m,760$ de pression un fléau de balance, aux deux extrémités duquel sont suspendus deux solides. L'un de ces solides est un cube de $0^m,5$ de côté; l'autre est un parallélépipède rectangle qui a $0^m,10$ de longueur, $0^m,7$ de largeur et $0^m,8$ de hauteur.

Ces deux corps sont de poids égaux, et le fléau se tient dès lors en équilibre. Cet équilibre sera rompu si l'on élève la température de l'air. On demande, à 1 milligramme près, quel poids il faudrait ajouter et de quel côté pour rétablir cet équilibre quand la température de l'air, sous la cloche, est amenée à 60°. On suppose d'ailleurs que les deux branches du fléau sont d'égal

volume. Le coefficient de dilatation de l'air est 0,00366 et le poids d'un litre d'air sec à 0°, et sous la pression $0^m,760$, est $1^{gr},293$.

47. La densité de l'acide carbonique est 1,52, lorsqu'on prend celle de l'air pour unité, et le poids d'un litre d'air sec à 0°, et sous la pression $0^m,760$, est de $1^{gr},293$. Cela posé, on demande quelle perte de poids éprouvera un ballon de verre ayant, à 0°, un diamètre de $0^m,2$ lorsqu'il sera plongé dans l'acide carbonique à 20° et à la pression $0^m,740$; le ballon est fermé. Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$ et celui des gaz 0,00367.

AÉROSTATS. — CONDITIONS DE TEMPÉRATURE ET DE PRESSION.

48. Le poids spécifique de l'hydrogène protocarboné est représenté par $0^m,559$, lorsqu'on prend celui de l'eau pour unité. Cela posé, on admet que, à la température de 20° et sous la pression $0^m,760$, un ballon sphérique complétement plein d'hydrogène protocarboné se trouve en équilibre dans l'air, sans tendre à monter ni à descendre. On sait que l'étoffe dont le ballon est formé pèse 240 grammes par mètre carré, et l'on demande quel est le rayon du ballon.

On néglige la différence qui existe entre le volume du gaz intérieur et celui de l'air déplacé. Le coefficient des gaz est 0,00367, et l'on sait que 1 litre d'air, à 0° et sous la pression $0^m,760$, pèse $1^{gr},293$.

CORPS LESTÉS ET ARÉOMÈTRES. — CONDITIONS DE TEMPÉRATURE.

49. Un tube de verre cylindrique fermé à sa partie inférieure est lesté avec du mercure, de telle sorte qu'à la température de 4° il s'enfonce dans l'eau pure d'une quantité égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur; on demande de quelle fraction de sa longueur à 20° il s'enfoncera dans l'eau à 20°.

Le coefficient de la dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$. Entre 4° et 20°, l'eau se dilate d'une fraction de son volume à 4° égale à 0,00179.

50. Un aréomètre de Fahrenheit pèse 80 grammes; il doit être chargé de 45 grammes pour affleurer à la température de 20°, dans un liquide dont la densité, à cette température, est 1,5; on demande quel est, à 0°, le volume de cet aréomètre jusqu'au point d'affleurement. Le coefficient de dilatation cubique du verre dont l'aréomètre est formé est $\frac{1}{38700}$.

HYDROSTATIQUE.

VASES COMMUNIQUANTS.

51. Il s'est déclaré à fond de cale d'un navire une voie d'eau de forme circulaire et d'un rayon de $0^m,1$. La hauteur verticale de l'eau, depuis son niveau à l'extérieur jusqu'au centre de l'ouverture, est de $3^m,03$. L'eau de mer a une densité de 1,026. On demande, à 1 hectogramme près, le poids qu'il faudrait maintenir sur le tampon qui bouche cette voie pour empêcher l'eau d'entrer.

52. Un corps de pompe cylindrique, dont la section intérieure a 3 décimètres de rayon, se trouve placé dans une position verticale et renferme une suffisante quantité d'eau. Sur la surface de l'eau presse un piston percé en son centre d'une ouverture circulaire dont le rayon est de $0^m,05$ et au-dessus de laquelle s'élève verticalement un long tube faisant corps avec le piston. Le piston et le tube ensemble pèsent 200 kilogrammes; on demande à quelle hauteur l'eau s'élèvera dans le tube au-dessus de la base inférieure du piston. On néglige les frottements, de sorte que le poids de 200 kilogrammes représente, sans perte, la pression que le piston exerce sur le liquide qu'il touche.

53. On a un tube de section constante recourbé en forme de U; on y verse du mercure qui s'élève d'abord dans les deux branches au même niveau. Cela posé, on verse dans l'une d'elles une colonne d'eau de $0^m,1$ de hauteur et l'on demande combien le niveau du mercure s'abaissera dans cette branche au-dessous du niveau primitif. La densité du mercure est 13,59.

54. L'une des branches d'un siphon est remplie de mercure jusqu'à $0^m,175$; l'autre est remplie d'un liquide A jusqu'à $1^m,42$: ces deux colonnes se font équilibre; on demande la densité du liquide A par rapport au mercure et à l'eau.

55. Deux vases communiquent entre eux. L'un des vases contient du mercure, l'autre contient un liquide dont la densité est 0,78, la densité de l'eau étant prise pour unité. La hauteur du mercure est de $0^m,15$ au-dessus du plan qui passe par la surface de séparation des deux liquides. Quelle sera la hauteur du second liquide au-dessus de ce même plan?

56. Pour exploiter une mine de sel gemme, on a percé dans un terrain salifère un trou de sonde dans lequel on a introduit un tuyau de 100 mètres de long, qui ne remplit pas exactement l'ouverture et qui dépasse le sol de 1 mètre; il plonge de $0^m,75$ dans une dissolution saline dont la densité est 1,3; on verse de l'eau douce dans l'intervalle qui sépare le tuyau des parois du trou de sonde. On demande à quelle hauteur la dissolution s'élèvera dans le tuyau.

PRESSE HYDRAULIQUE.

57. On suppose une presse hydraulique ayant deux corps de pompe, dont le grand a 4 décimètres de diamètre et le petit 3 centimètres de diamètre. La course de ce dernier piston est de 2 décimètres. On demande de combien de millimètres le piston s'est élevé dans le grand corps de pompe, après sept coups de piston, et quelle est la pression exercée sur un corps par le grand

piston, quand on maintient sur la tige du petit piston un poids de 100 kilogrammes.

58. Deux corps de pompe verticaux et cylindriques communiquent entre eux par un tube horizontal; l'un a une section de 20 centimètres carrés, l'autre de 3 décimètres carrés. De l'eau se trouve en équilibre dans l'appareil. Si l'on vient à poser sur la surface de l'eau, dans le grand corps de pompe, un piston de 200 kilogrammes, avec quelle force faudrait-il presser la surface du liquide, dans le petit corps de pompe, pour empêcher le grand piston de descendre?

PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

59. Calculer en grammes la pression moyenne et l'atmosphère sur 1 décimètre carré.

60. Quel effort faut-il faire pour séparer deux hémisphères de Magdebourg, dont le rayon est de 1 décimètre, en supposant que le vide fait intérieurement soit parfait et que la pression extérieure soit normale.

LOI DE MARIOTTE.

1° TEMPÉRATURE CONSTANTE.

61. Un gaz sec sous la pression $0^m,760$ remplit un tube cylindrique de 1 mètre de hauteur. Ce tube est fermé par le haut, ouvert par le bas; il plonge par sa partie ouverte dans une large cuvette pleine de mercure. La pression extérieure vient à changer; le mercure monte jusqu'au milieu du tube. On demande la

valeur de cette pression : 1° en supposant le tube vertical ; 2° en le supposant incliné de 45° à l'horizon.

62. Un récipient ayant 1 litre de capacité et renfermant de l'air à la pression de $0^m,760$ est ajusté, à l'aide d'une monture à robinet, à la partie supérieure d'un baromètre à cuvette, dont le tube a une longueur de 1 mètre. Cette longueur est comptée à partir du niveau du mercure dans la cuvette, lequel est censé invariable. La pression extérieure est $0^m,770$. On ouvre le robinet qui fait communiquer le récipient et le baromètre, et le mercure, dans ce dernier, s'abaisse de manière à n'être plus qu'à $0^m,50$ du niveau dans la cuvette. On demande quel est le diamètre du tube barométrique. La température ne change pas pendant l'expérience.

63. Un baromètre à siphon contient de l'air dans la chambre barométrique ; la différence de hauteur des niveaux est d'abord de $0^m,560$. On enlève du mercure de la petite branche, jusqu'à ce que le volume de la chambre barométrique soit doublé ; la différence de niveau est alors $0^m,655$. Déduire de ces données la pression atmosphérique, au moment de l'expérience.

64. Deux tubes cylindriques verticaux de même section peuvent être mis en communication par un conduit à robinet qui débouche à la partie inférieure de l'un et de l'autre.

L'un de ces tubes est fermé à sa partie supérieure ; il a 1 mètre de long et renferme une couche d'air de 25 centimètres d'épaisseur, soumise à la pression atmosphérique, et une couche de mercure ayant 75 centimètres d'épaisseur ; le robinet de communication est d'abord fermé et le conduit plein de mercure. On ouvre le robinet ; une partie du mercure passe dans le second tube, lequel est ouvert dans l'air à la partie supérieure ; bientôt l'équilibre s'établit.

On demande alors quelle est la différence de niveau du mercure dans les deux tubes ; les fonds de ces tubes sont dans un même plan horizontal. La pression extérieure est $0^m,750$.

65. Un tube de verre fermé par le haut et ouvert par le bas plonge dans une cuvette pleine de mercure et contient une co-

lonne d'air égale à 2280 millimètres, à la pression atmosphérique moyenne; on exerce extérieurement sur la cuvette une pression qui fait monter le mercure, dans le tube, de 1520 millimètres; quelle est cette pression?

66. Un cylindre vertical de 1 décimètre de diamètre et de 3 décimètres de hauteur communique par sa partie inférieure avec un tube de 1 centimètre de diamètre qui se recourbe et s'élève verticalement à une hauteur suffisante. Ce tube est ouvert à sa partie supérieure; le cylindre est fermé, et il contient un volume égal d'air et de mercure; l'air s'y trouve sous la pression atmosphérique, de telle sorte que le mercure est au même niveau dans le cylindre et dans le tube; alors, avec une pompe de compression, on introduit de l'air dans le cylindre : le niveau du mercure s'y abaisse, tandis qu'il s'élève dans le tube ouvert; on continue cette opération jusqu'à ce que le niveau du mercure se soit abaissé de 10 centimètres dans le cylindre, et l'on demande : 1° quel est le poids de l'air qui a été introduit; 2° quelle est, en kilogrammes, la pression qui s'est ajoutée à celle que supportait primitivement la surface du mercure dans le cylindre. On suppose que le thermomètre s'est maintenu à zéro et le baromètre à $0^m,760$.

67. Un récipient renfermant de l'air et ayant une capacité de 1540 centimètres cubes peut être mis, à l'aide d'un robinet R, en communication avec un large baromètre à cuvette dont le tube a 1 mètre de longueur et une section de 30 centimètres carrés, le baromètre marquant primitivement $0^m,760$. On ouvre le robinet qui le fait communiquer avec le récipient : le mercure s'abaisse et s'arrête à $0^m,50$ du niveau dans la cuvette; on demande quelle était primitivement la pression de l'air dans le récipient. Il est entendu que la longueur du tube barométrique se compte à partir du 0 du mercure dans la cuvette, lequel est supposé invariable. La température ne change pas pendant l'opération.

68. Un récipient plein d'air, à la pression $0^m,770$, est ajusté à l'aide d'une monture à robinet à la partie supérieure d'un baromètre à cuvette, dont le tube a une section de 20 centimètres car-

rés et une longueur de 90 centimètres. La pression extérieure est de $0^m,750$. On ouvre le robinet, et le mercure tombe dans le baromètre à 40 centimètres du niveau dans la cuvette. On demande quelle est la capacité du récipient. La longueur du tube barométrique se compte à partir du niveau de la cuvette, lequel est supposé invariable. La température est aussi invariable pendant l'expérience.

2° TEMPÉRATURE VARIABLE.

69. Quelle est la pression exercée de bas en haut à l'orifice d'une cheminée de 69 mètres de hauteur et remplie d'air sec à 100°? On suppose que l'air extérieur est sec, que sa température est de 7° et que le baromètre a $0^m,74$ de hauteur. On prendra pour coefficient la dilatation des gaz 0,00366.

70. Une vessie à parois indéfiniment minces et flexibles renferme 4 litres d'air à 30° et sous la pression $0^m,760$; la pression extérieure ne changeant pas, on descend la vessie à 100 mètres de profondeur dans un lac dont la température est 4°; on demande ce que deviendra le volume de la masse gazeuse.

71. Dans un ballon de verre dont la capacité est, à 0°, 250 centimètres cubes, on introduit une certaine quantité d'air sec capable d'occuper 25 centimètres cubes à 0° et sous la pression $0^m,760$; puis on ferme le ballon et l'on chauffe à 100°; on demande quelle est alors la pression intérieure. Le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367, celui du verre $\frac{1}{38700}$.

72. 3 mètres cubes d'air à la pression $0^m,750$ et à la température de 20° sont soumis à une pression de 4 atmosphères et refroidis à 0°; on demande quel sera le volume de l'air. Le coefficient de dilatation est de 0,00367.

73. Un récipient ayant une capacité de 10 litres renferme de l'air à la pression atmosphérique, laquelle est égale à $0^m,760$ de mercure. Le récipient est fermé par une soupape dont la section est de 32 centimètres carrés. Un poids de 25 kilogrammes pèse sur

cette soupape. On demande quel poids d'air il faudra injecter dans le récipient pour que la soupape se soulève. La température est de 30°. On sait que la densité de l'air à 0° et à $0^m,760$ de pression est $\frac{1}{773}$, et que le coefficient de dilatation du gaz est 0,00367; on sait, de plus, que le poids spécifique du mercure est 13,5. Il est entendu que le récipient est dans l'air, de sorte que la pression atmosphérique s'exerce librement sur toute la surface.

DIVERS PROBLÈMES

SUR LE PRINCIPE D'ARCHIMÈDE ET LA LOI DE MARIOTTE AVEC CONDITIONS DE TEMPÉRATURE.

74. Deux ballons sphériques en verre sont en équilibre dans les deux plateaux d'une balance bien juste. La température est 0°, l'air sec et la pression $0^m,760$; le diamètre de l'un des ballons est $0^m,34$; celui de l'autre est $0^m,18$; la température s'élève à 30°, et la pression atmosphérique devient $0^m,740$; on demande si l'équilibre subsiste encore. Dans le cas où l'équilibre serait troublé, quel poids faudrait-il pour le rétablir? Dans quel plateau faut-il faire agir ce poids? Les ballons sont et restent fermés, de sorte qu'il ne peut survenir aucune variation dans le poids du gaz qu'ils renferment. Le litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,760$ pèse $1^{gr},293$; le coefficient de la dilatation du gaz est 0,00367; le coefficient de la dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$.

75. Une sphère de verre creuse et complétement fermée est suspendue au-dessous de l'un des plateaux d'une balance parfaitement exacte. Son diamètre extérieur est de $0^m,2$; le poids qui lui fait équilibre est en platine : il est de 3 kilogrammes dans le vide; la température est 0°; la pression $0^m,760$, l'air est sec. Cela posé, la température devient 30° et la pression $0^m,740$; on demande si l'équilibre subsiste. S'il est rompu, on demande quel

poids pourra le rétablir et dans quel plateau il faudra le mettre. Le poids est toujours en platine; la densité du platine à 0° est 22; le coefficient de dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{38700}$. Le poids du litre d'air sec à 0° et à $0^m,760$ est $1^{gr},293$; le coefficient de la dilatation cubique des gaz est 0,00367. Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$.

76. 5 litres d'un gaz analogue par ses propriétés physiques à l'air atmosphérique pèsent $7^{gr},529$ à la température de 15°,2 et à la pression de $0^m,745$; on demande : 1° combien 5 litres de ce même gaz pèseraient à la température 0° et à la pression de $0^m,760$; 2° à la température de 25°,4 et à la pression $0^m,650$. Le coefficient de dilatation de ce gaz est 1,273.

77. La hauteur de l'eau dans l'une des branches d'un siphon est de $1^m,55$; la colonne de liquide, dans l'autre branche, qui fait équilibre à l'eau, est de $3^m,17$; on demande : 1° la densité de ce dernier liquide par rapport à l'eau, en supposant les deux branches à la même température, à 10° par exemple; 2° ce que serait la hauteur du deuxième liquide si la température de ce liquide était portée à 25°. La température de l'eau reste à 10°. Le coefficient de la dilatation cubique du second liquide est de $\frac{1}{6000}$.

CORRECTIONS BAROMÉTRIQUES.

78. Deux hauteurs barométriques de $0^m,755$ ayant été obtenues, l'une à —6°, l'autre à +15°, on demande quelles corrections il faut leur faire subir pour les ramener à ce qu'elles eussent été à 0°, sachant que le coefficient de la dilatation cubique du mercure est de $\frac{1}{5550}$.

79. Un baromètre marque $0^m,770$; quelle serait la hauteur à 10°? Le coefficient de dilatation est de $\frac{1}{5550}$; le coefficient de dilatation linéaire du métal de l'échelle est de $\frac{1}{5430}$.

80. Un baromètre a été observé à deux époques différentes et a donné $0^m,770$ à la température de 25° et $0^m,760$ à la température de 5°; on demande le rapport entre les deux hauteurs corrigées, le coefficient de dilatation du mercure étant $\frac{1}{5550}$. On pourra, si l'on veut, faire la correction relative à l'échelle.

81. On a enfermé un baromètre dans un tube, qu'on a fermé à la lampe; au moment de la fermeture du tube, la température de ce tube et du baromètre était de 13° et la hauteur barométrique de $0^m,760$; on demande, à $\frac{1}{10}$ de millimètre près, à quelle hauteur s'élèvera le mercure dans le ballon quand la température de cet air et du baromètre aura atteint 30°. On prendra pour coefficient de dilatation du mercure $\frac{1}{5550}$, et pour coefficient de dilatation de l'air 0,00366.

MACHINE PNEUMATIQUE.

82. Le volume du récipient d'une machine pneumatique étant de 12 litres et celui de chaque corps de pompe de 1 litre, on demande combien il restera d'air dans le récipient après neuf coups de piston.

83. Le récipient d'une machine pneumatique est rempli d'air à la pression $0^m,760$; son volume est 12 litres; celui de chaque corps de pompe est $1^{lit},5$; combien faudra-t-il de coups de piston pour ramener l'air à la pression $0^m,003$?

84. Calculer le poids de l'air qui restera dans le récipient de cette machine après qu'on aura donné vingt coups de piston, la capacité du récipient étant de 3 litres et celle du corps de pompe $\frac{1}{4}$ de litre. On suppose que la température reste à 0° pendant toute l'expérience.

85. La capacité du corps de pompe d'une machine pneumatique étant le quart de la capacité du récipient, on demande combien de coups de piston, au moins, il faut pour amener la pression

intérieure à être moindre que la $\frac{1}{100}$ partie de la pression initiale.

On suppose que la pression initiale est égale à la pression extérieure et que la machine fonctionne avec toute la rigueur théorique.

86. La force élastique de l'air contenu dans le récipient d'une machine pneumatique est originairement de $0^m,760$; après quatre coups de piston, elle est devenue $0^m,300$; on demande quel est le rapport de la capacité du corps de pompe à celle du récipient.

MACHINE DE COMPRESSION.

87. Un récipient de 4 litres de capacité est en communication avec une pompe foulante qui injecte de l'air pris à l'extérieur; le corps de la pompe a un volume intérieur de 1 litre, lorsque le piston est au plus haut point de sa course. Après quatre coups de piston, la pression à l'intérieur du récipient se trouvait de 150 centimètres de mercure; on demande ce qu'elle était avant le jeu de la pompe.

La pression extérieure égale $0^m,760$; le récipient n'a d'autre ouverture que celle par laquelle il reçoit l'air qui lui vient de la pompe.

88. Le volume d'air de l'éprouvette d'une machine à compression est de 137 parties; par le jeu de la machine, ce volume s'est réduit à 25 parties, et le mercure s'est élevé à $0^m,41$. On demande le rapport entre la quantité primitive d'air contenue dans le récipient et la quantité d'air qui s'y trouve après l'expérience.

89. Une pompe pneumatique aspirante et foulante puise de l'air dans un récipient dont la capacité est de 20 litres et l'injecte dans un vase dont la capacité est de 5 litres; le corps de pompe, lorsque le piston est au plus haut de sa course, a un volume intérieur égal à 2 litres. Originairement, la pression dans le récipient,

ainsi que dans le vase, est égale à $0^m,750$; le piston, dans le corps de pompe, est au point le plus bas de sa course, et il ne laisse aucun espace au-dessous de lui. Cela posé, on donne deux coups de piston, et l'on demande ce qu'est devenue la pression : 1° dans le récipient; 2° dans le vase. On suppose la température invariable.

CHALEUR.

THERMOMÈTRE.

90. On a construit un thermomètre à mercure avec un tube cylindrique de $0^m,0001$ de diamètre. Le mercure à 0° remplit exactement la boule sphérique du thermomètre, dont le diamètre est égal à $0^m,01$. On demande quelle sera la longueur des degrés évalués à $\frac{1}{10}$ de millimètre près, le coefficient apparent de la dilatation du mercure dans le verre étant de $\frac{1}{6750}$.

91. On sait que, dans un thermomètre à mercure, le rapport entre la capacité du réservoir jusqu'à 0° et 1° est 6480; cela posé, on admet que, après avoir ouvert et vidé un thermomètre à mercure divisé en degrés, on y introduise un liquide dont le coefficient de dilatation est $\frac{1}{2000}$. Dans la glace fondante, le liquide remplit le thermomètre jusqu'à 0°; on demande à quelle division il s'élèvera à la température de 20°. Le coefficient de dilatation du verre est $\frac{1}{38700}$.

92. Exprimer en degrés du thermomètre centigrade la température de 6° au-dessous de 0° du thermomètre de Fahrenheit.

93. Un thermomètre à réservoir sphérique et à tige intérieurement cylindrique pèse, lorsqu'il est vide, 15 grammes; il pèse 45 grammes, lorsqu'à la température de 0° il est plein de mercure jusqu'à l'origine de la tige; il pèse 46 grammes lorsque, toujours à 0°, le réservoir est plein de mercure, ainsi que la tige, dans

une longueur de $0^m,1$. Cette tige est divisée en millimètres. Cela posé, on demande quels sont, à 0° : 1° la capacité du réservoir; 2° la capacité de chaque division de la tige. Le poids spécifique du mercure à 0° est 13,59. On calculerale rayon du réservoir et celui du tube.

94. On a deux thermomètres à mercure construits avec le même verre : l'un a une boule dont le diamètre intérieur est 0,0075, et un tube dont le diamètre intérieur est 0,0025; l'autre a une boule dont le diamètre intérieur est 0,0058, et un tube dont le diamètre intérieur est 0,0018. On demande quel est le rapport de longueur d'un degré dans ces deux thermomètres. Le coefficient de dilatation cubique du mercure est $\frac{1}{5550}$, celui du verre $\frac{1}{38700}$.

95. Exprimer en degrés du thermomètre Fahrenheit 25° du thermomètre de Réaumur et 30° du thermomètre centigrade.

96. On sait que, dans un thermomètre à mercure, le rapport entre la capacité du réservoir jusqu'au 0 et celle de 1° est égal à 6480. Cela posé, on admet que, après avoir ouvert et vidé un thermomètre à mercure divisé en degrés, on y introduise un liquide dont le coefficient de dilatation est de $\frac{1}{2000}$. Dans la glace fondante, le liquide remplit le thermomètre jusqu'au 0. On demande à quelle division il s'élèvera à la température de 20°. Le coefficient de dilatation du verre est de $\frac{1}{38700}$.

DILATATION DES CORPS SOLIDES ET LIQUIDES.

97. Une barre métallique a 15^m de longueur à la température de 25°, et $14^m,175$ à la température de 8°,5; on demande le coefficient de dilatation du métal.

98. Une barre de 3^m de longueur, formée par un métal dont le coefficient de dilatation est $\frac{1}{754}$, se dilate autant qu'une autre barre d'un autre métal dont la longueur est 5 mètres; on demande le coefficient de dilatation de cette dernière barre.

99. On sait qu'un corps occupe un espace de 2354 centimètres cubes à la température de la glace fondante, et de 2643 centimètres cubes à 30°,45 ; on demande le coefficient de dilatation de ce corps.

100. Une barre d'un certain métal a 2 mètres de longueur à la température de la glace fondante ; on demande quel sera l'accroissement de la longueur, et quelle sera la longueur de cette barre à la température de 30°. Le coefficient de la dilatation du métal de la barre est $\frac{1}{1500}$.

101. Le coefficient de la dilatation linéaire du cuivre est $\frac{1}{58400}$, celui du platine est $\frac{1}{116700}$; on demande quelle différence il y aura à la température de 100° entre la longueur des deux barres, l'une de cuivre, l'autre de platine, qui, à 20°, ont chacune 3 mètres de longueur.

102. Le coefficient de dilatation du fer est $\frac{1}{79500}$; celui du zinc est $\frac{1}{34000}$. On demande quelle sera la longueur d'une barre de zinc qui, entre 10° et 50°, se dilatera autant qu'une barre de fer de 2 mètres de long à 10°.

103. Le coefficient de dilatation linéaire du plomb étant $\frac{1}{35100}$, on demande quelle est, à 80°, la longueur d'une barre de ce métal qui a une longueur de $1^m,20$ à 10°.

104. Une barre métallique longue de 3 mètres, à 0°, est formée de deux autres, l'une en cuivre et l'autre en platine. Mises bout à bout, à 100°, la longueur de la barre totale est $3^m,0035$; on demande quelles sont, à 0°, les longueurs de la barre de cuivre et de celle de platine.

Le coefficient de dilatation linéaire du cuivre est $\frac{1}{58400}$; celui du platine $\frac{1}{116700}$.

105. Deux règles, l'une de cuivre, l'autre de platine, ont la forme de prismes droits à base rectangulaire, et à 0° elles sont parfaitement égales. Leur longueur commune est de $1^m,25$. On sait que le coefficient de dilatation linéaire du cuivre est $\frac{1}{58400}$; celui du platine est $\frac{1}{116700}$. On demande : 1° quelle sera, à 100°, la différence des longueurs de ces règles ; 2° quel sera, toujours à 100°, le rapport des surfaces de leur section droite.

106. Quelle est, à 30°, la longueur d'une barre de verre longue de 2 mètres à 10°. Le coefficient de la dilatation du verre est $\frac{1}{38700}$.

107. Le poids spécifique du cuivre est, à 0°, 8,8; son coefficient de dilatation linéaire est $\frac{1}{58400}$. On demande quelle sera, à 30°, la longueur d'un paquet de fil de ce métal pesant 15 kilogrammes et ayant, à 10°, une section de 4 millimètres carrés.

108. On demande de combien s'allonge, en passant de 15° au-dessous de 0 à 30° au-dessus de ce point, un fil de fer de 170 kilomètres de long. $K = \frac{1}{81900}$.

109. La densité de l'or, à 0°, est 19,362; son coefficient de dilatation linéaire est 0,000014. On demande quelle surface pourrait recouvrir, à 30°, une lame d'or du poids de 25 milligrammes qui aurait, à 0°, un dixième de millimètre d'épaisseur.

110. On a mesuré une longueur avec des règles de platine à la température de 20°. A la lecture immédiate, cette longueur a été trouvée de $123^m,291$; mais, comme les règles de platine avaient été étalonnées à 0°, le nombre $123^m,291$ n'est pas rigoureusement exact. On demande quelle correction il doit subir. On sait que le coefficient de dilatation cubique du platine est $\frac{1}{38700}$.

111. Le diamètre intérieur d'un anneau de cuivre est, à la température de 10°, égal à 18 centimètres, et celui d'une sphère de fer est, à la même température $\frac{1805}{10000}$. On demande à quelle température il faudrait chauffer l'anneau et la sphère pour que celle-ci pût traverser l'autre. Le coefficient de dilatation du cuivre est 0,000017, et celui du fer 0,0000126.

112. Deux cylindres droits à base circulaire, l'un en cuivre, l'autre en platine, ont, à la température de 20°, des dimensions égales, savoir : le rayon de base égal à $0^m,1$ et la hauteur égale à $0^m,2$. Cela posé, on demande quelle sera, à 100°, la différence de leur surface totale (base comprise). On sait que le coefficient de dilatation linéaire du cuivre est $\frac{1}{58400}$ et celui du platine $\frac{1}{116700}$.

113. On veut faire avec de l'acier et du laiton un pendule compensateur dont la longueur constante soit de $0^m,50$. On sait que le coefficient de l'acier est 0,000010791 et celui du laiton 0,000018782. Quelle disposition devra-t-on donner à ce pendule, et quelles doivent être les longueurs des barres d'acier et de laiton, pour que la compensation ait lieu?

114. Un cylindre de fer pèse 6 kilogrammes; il s'allonge de 2 millimètres en passant de 0° à 100°. On demande quel est le rayon de ce cylindre. Le coefficient de dilatation cubique est $\frac{1}{28200}$; le poids spécifique de ce métal est 7,8 à 0°.

115. Une feuille carrée de cuivre a une épaisseur égale à la millième partie de sa longueur ou de sa largeur; elle pèse 1 kilogrammes. On demande quelles sont ses dimensions à 0° et à 100°. La densité du cuivre à 0° est 8,8; le coefficient de dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{19500}$.

116. Un vase de verre, ayant la forme d'un cylindre droit à base circulaire ABCD, renferme une certaine quantité de mercure qui, à 0°, s'élève à 2 décimètres au-dessus de la base BC. On chauffe le tout à 100° et l'on demande quelle sera, à cette température, la distance comprise entre la base BC et le niveau E'F' du mercure. Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$, celui du mercure est $\frac{1}{5550}$.

117. Les dimensions d'une demi-sphère de cuivre creuse sont, à 0°, les suivantes : rayon intérieur 2 mètres, rayon extérieur $2^m,05$. On demande : 1° quel est son poids; 2° quelle est sa capacité intérieure à — 10°; 3° quelle est sa capacité intérieure à + 30°. Le poids spécifique à 0° est 8,8. Le coefficient de dilatation linéaire est $\frac{1}{58100}$.

118. Sachant que la densité du cuivre est 8,8 et que le coefficient de dilatation cubique du cuivre est $\frac{1}{49500}$, on demande ce que pèsera, à 50°, une sphère de ce métal de 1 mètre de rayon.

119. Un vase de verre est rempli exactement, à la température de 30°, par un poids de mercure égal à 6 kilogrammes. On

demande quel est le volume de ce vase à 0°. Le poids spécifique du mercure est 13,58 à 0°; le coefficient de dilatation cubique de ce corps est $\frac{1}{5550}$, et le coefficient de dilatation du verre est $\frac{1}{38700}$.

120. Le coefficient de dilatation linéaire d'un métal étant 0,000128, quel est, à 250°, le volume d'un cube dont le côté a 1 mètre dans la glace fondante?

121. Aux températures de 10°, 20°, 30°, on cherche à évaluer le volume de 25 kilogrammes d'eau, en mesurant cette eau dans une mesure de cuivre, dont la contenance à 0° est 650 centimètres cubes, et l'on demande d'indiquer combien de mesures et fractions de mesure on trouverait dans chaque cas. On sait que la dilatation cubique du cuivre est de $\frac{1}{17800}$ par degré; on sait, de plus, que le volume occupé par 1 kilogramme d'eau aux températures de 10°, 20° et 30° est respectivement $1^{lit},000268$, $1^{lit},00179$ et $1^{lit},00433$.

122. Le coefficient de la dilatation cubique du mercure est $\frac{1}{5550}$; celui du verre est $\frac{1}{38700}$; le poids spécifique du mercure à 0° est 13,59; on demande quel est, à 0°, le volume d'un vase de verre qui peut renfermer 3 kilogrammes de mercure à 30°. Il est entendu que les 3 kilogrammes de mercure remplissent complétement le vase à 30°.

123. Le volume d'une masse métallique est 5752 centimètres cubes. La densité du métal est 8,24; le coefficient de dilatation linéaire est $\frac{1}{1800}$; le volume est pris à la température de 10°,5; on porte le métal à 24°,6; on retranche ce qui excède le volume primitif. On demande le poids de la partie retranchée.

124. Le coefficient de dilatation linéaire du platine est $\frac{1}{108900}$; on demande quel est, à 50°, le volume d'une sphère de platine dont le rayon à 20° est $0^{m},035$.

125. On a du mercure dans un vase gradué en verre, à la température de 20°; son volume, lu sur la graduation du vase, est de 100 centimètres cubes; on demande le poids de ce mercure. La densité du mercure est 13,59. Le coefficient de dilatation

absolue du mercure est $\frac{1}{5550}$. Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$.

126. Quel poids de mercure à 25° faut-il mettre dans un tube qu'on veut graduer, pour que ce poids occupe un volume de 100 centimètres cubes? Quelle longueur ces 100 centimètres cubes occuperont-ils dans ce tube, en supposant que celui-ci est cylindrique et que son diamètre est de 4 centimètres? On sait d'ailleurs que la densité du mercure à 0° est de 13,6 et que son coefficient de dilatation absolue est $\frac{1}{5550}$.

127. Le poids de mercure qui, à 20°, remplit sur une longueur de 1 décimètre un tube cylindrique en verre est de 2 grammes. Calculer le diamètre du cylindre à 0°. Densité du mercure, 13,59; coefficient de dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$; coefficient du mercure $\frac{1}{5550}$.

128. Un kilogramme d'un corps solide occupe 1 litre à la température 15°,4; on demande le volume à 0° et à 24°,7. Le coefficient de la dilatation du corps est $\frac{1}{8500}$.

129. La densité du cuivre à 0° étant 8,8, on demande ce que pèse un cylindre de la même substance à 100° dont le diamètre est $0^m,1$ et la hauteur $0^m,525$. Le coefficient de la dilatation cubique du cuivre est $\frac{1}{19500}$.

130. La densité du mercure à 0° est 13,59; son coefficient de dilatation absolue est $\frac{1}{5550}$. On demande quel est à 30° le poids de 15 litres de ce métal.

131. Quel est, à 10°, le volume du vase de verre qui, à cette température, contient exactement $3288^{gr},322$ de mercure? Le poids spécifique du mercure est 13,59; le coefficient de dilatation cubique de ce métal est $\frac{1}{5550}$.

132. Un tube de verre ayant à l'intérieur la forme d'un cylindre droit à base circulaire a un diamètre intérieur de 2 millimètres à 0°; il renferme une colonne de mercure dont la longueur, à cette température de 0°, est de 200 millimètres. On demande quel serait, à 20°, la nouvelle longueur de la colonne

liquide. Le coefficient de dilatation cubique du mercure est $\frac{1}{5550}$: celui du verre est $\frac{1}{38700}$.

133. Le poids spécifique du mercure étant 13°,59 à 0°, on demande quel est, à 100°, le volume de 40 kilogrammes de ce corps ; le coefficient de la dilatation cubique du mercure est $\frac{1}{5550}$.

134. Un tube cylindrique de verre de 2 centimètres de rayon contient une colonne de mercure de 150 millimètres à la température de 20°. L'air atmosphérique, dont la pression est 752 millimètres, et cette colonne de mercure exercent sur la base du tube une pression. On demande d'évaluer cette pression en kilogrammes. Densité du mercure à 0° = 13,59. Coefficient de la dilatation du mercure $\frac{1}{5550}$.

135. Un ballon de verre contient, à 0°, 3 kilogrammes de mercure, et se trouve complétement rempli par ce métal ; on le chauffe à 100°. On demande quel poids de mercure en sort. Le coefficient de la dilatation cubique du verre est de $\frac{1}{38700}$; le coefficient de la dilatation cubique du mercure est de $\frac{1}{5550}$. Le poids spécifique du mercure à 0° est de 13,60.

136. Un vase de verre dont la capacité est 1 litre à 0° renferme un morceau de platine pesant 8 kilogrammes et une quantité de mercure qui achève de le remplir à cette température de 0°. On chauffe le tout à 100°, et l'on demande quel est le poids du mercure qui sortira du vase. Le coefficient de la dilatation cubique du platine est $\frac{1}{38700}$, celui du verre $\frac{1}{38700}$, celui du mercure $\frac{1}{5550}$. Le poids spécifique du mercure à 0° est 13,59, et celui du platine 22.

137. Dans un vase de verre dont le volume, à 0°, est de 400 centimètres cubes, on met un morceau de platine, dont le volume, à 0°, est de 125 centimètres cubes. Cela posé, on demande quel poids de mercure il faudra ajouter à ce vase pour le remplir à 20°, le mercure, le vase et le platine ayant tous les trois cette température de 20°. On sait que le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$, celui du mercure $\frac{1}{5550}$ et

celui du platine $\frac{1}{38700}$; de plus, on sait qu'un litre de mercure, pris à 0°, pèse $13^{kg},59$.

138. Un thermomètre a un réservoir sphérique de $0^m,015$ de diamètre; sa tige cylindrique a $0^m,08$ de longueur et $0^m,001$ de diamètre; elle est ouverte à la partie supérieure; l'appareil est plein de mercure à 0°. Quel poids en sortira à 50°? Coefficients du verre et du mercure $\frac{1}{38700}$, $\frac{1}{5550}$; densité du mercure 13,6.

139. Un vase de verre contient 3 kilogrammes de mercure à 0°; il est rempli : on le chauffe, et il sort 50 grammes de mercure; à quelle température a-t-il été porté? Coefficient du mercure et du verre $\frac{1}{5550}$ et $\frac{1}{38700}$. Densité du mercure 13°.

140. Un vase de verre est plein de mercure à 0°; on le chauffe à 100°; il en sort 50 grammes de métal; quel est le volume du vase à 0°? Mêmes données.

141. Une enveloppe de verre renferme 625 grammes de mercure à 10°; à quelle température doit-on l'élever pour qu'il en sorte 4 grammes de mercure? Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$, celui du mercure $\frac{1}{5550}$. Le poids spécifique du mercure à 0° est 13,59.

PROBLÈMES DIVERS.

142. Un aréomètre de Fahrenheit pèse 80 grammes. Il doit être chargé de 45 grammes pour affleurer à 20° dans un liquide dont la densité à cette température est 1°,5. On demande quel est à zéro le volume de cet aréomètre jusqu'au point d'affleurement. On sait que le coefficient de dilatation cubique du verre qui forme l'appareil est $\frac{1}{38700}$.

143. Un vase communiquant est formé par un canal horizontal très-fin et par deux tubes verticaux contenant du mercure; dans l'un, le mercure, à 0°, a une hauteur de 10 mètres;

dans l'autre, le mercure, à 300°, a une hauteur inconnue x. Déterminer cette hauteur. Coefficient du mercure $\frac{1}{5550}$.

144. Un vase communiquant contient dans l'une de ses branches du mercure à 100°, dans l'autre du mercure à 20°; quel est le rapport des hauteurs du liquide dans les deux branches? Coefficient de dilatation du mercure $\frac{1}{5550}$.

145. La densité du mercure est 13,59; son coefficient de dilatation absolue est $\frac{1}{5550}$; cela posé, quel sera le rapport des hauteurs barométriques en deux lieux dont les températures sont — 40° et + 50°, pour que les pressions exercées par l'atmosphère soient les mêmes sur deux surfaces égales à 20 centimètres carrés et à 30 centimètres carrés.

146. Une éprouvette cylindrique fermée à sa partie supérieure plonge verticalement dans un bain de mercure à niveau invariable; elle renferme de l'air, et, à une première température inconnue x, le niveau du mercure dans l'intérieur de l'éprouvette est le même qu'à l'extérieur ; la température baisse sans que la pression extérieure change; le mercure remonte dans l'éprouvette, et, à 3°, il s'élève de 0,02 au-dessus du niveau extérieur ; la hauteur de l'éprouvette, mesurée à l'intérieur depuis le fond supérieur jusqu'au niveau invariable xx', est 0,20. On demande quelle était la température primitive; la pression extérieure est constamment égale à celle qu'exerce $0^m,76$ de mercure à 0°. La densité du mercure à 0° est 13,59; le coefficient de la dilatation de ce métal est $\frac{1}{5550}$; on négligera la dilatation du verre.

DILATATION DES GAZ.

147. On a mesuré, dans une éprouvette graduée, 100 parties en volume d'un gaz. La température était de 20° et la pression $0^m,760$. On demande, à une division près, le volume qu'occuperait ce gaz si on l'avait mesuré dans un lieu où la pression serait $0^m,650$ et la température 4°.

148. Un gaz occupe, à 10° et sous la pression $0^m,760$, un volume de 25 centimètres cubes ; quel sera son volume à 200° et sous la pression $2^m,280$.

149. Le coefficient de la dilatation cubique de l'air étant $\frac{367}{100000}$, on demande à quelle température il faut chauffer 1 litre de ce gaz pris à 20° pour que son volume devienne $1^{lit},35$. La pression ne change pas pendant l'expérience.

150. On demande quel est, à 20° et sous la pression $0^m,780$, le volume de 2 grammes d'acide carbonique sec. La densité de cet acide prise par rapport à l'air est 1,529. Le poids du litre d'air à 0° et à la pression $0^m,760$ est 1,293. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

151. On demande quel accroissement de volume prend, en s'élevant à 25° sans changement de pression, une quantité d'air qui occupe 8 litres à la température de 10°. Le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367.

152. Combien pèse, à 0° et à $0^m,760$ de pression, l'hydrogène contenu dans un ballon sphérique dont la surface a 10 mètres carrés ?

On sait que le poids spécifique de l'hydrogène comparé à l'air est 0,0692 et que la densité de l'air lui-même est $\frac{1}{770}$ de celle de l'eau. Combien pèserait ce volume d'hydrogène, s'il était à la température de 15° et à $0^m,770$ de pression ?

153. Quel est le poids de l'air qui peut remplir complétement, à 100° et à la pression de $0^m,750$, un ballon de verre sphérique dont le diamètre intérieur est $0^m,1$ à 0° ? Le poids spécifique de l'air à 0°, et sous la pression de $0^m,760$, est $\frac{1}{770}$; le coefficient de la dilatation cubique de l'air est 0,00367; le coefficient de la dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$.

154. A quelle température l'oxygène, sous la pression de 20 centimètres, aurait-il la même densité que l'hydrogène à 0° et sous la pression de 260 centimètres?

155. Un ballon de verre, ayant une capacité de 2 litres à 0°, est rempli d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$. On le

chauffe à 100° et on l'ouvre au milieu d'une atmosphère dont la pression est $0^m,740$; on demande de calculer le poids de l'air qui sort du ballon. On sait que, sous la pression $0^m,760$ et à la température de 0°, 1 litre d'air pèse $1^{gr},293$; on sait aussi que le coefficient de dilatation des gaz est 0,00366 et celui du verre $\frac{1}{38700}$.

156. Un ballon de verre, primitivement plein d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$, est chauffé à 100°. Il s'échappe 1 gramme de gaz et la pression ne change pas. On demande quel était le volume du ballon à 0°, et quel poids de gaz il renfermait.

Le poids du litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$ égale $1^{gr},293$. Le coefficient de dilatation cubique du verre est $\frac{1}{38700}$. Le coefficient de dilatation cubique de l'air est 0,00367.

157. La densité du chlore, prise par rapport à l'air, est de 2,4216. Le coefficient de dilatation cubique de l'air est 0,00367; celui du verre est $\frac{1}{38700}$. Le poids du litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$ est $1^{gr},293$. Cela posé, on admet qu'un ballon de verre, ayant une capacité de 2 litres à 0°, soit à cette température plein de chlore, sous la pression $0^m,770$. On demande quel poids de gaz sortira du ballon à 100°, la pression extérieure et intérieure restant toujours égales entre elles et à $0^m,770$.

158. Un certain volume V d'air sec est à la température T et à la pression H; on demande quelle sera la pression nouvelle à la température T′: 1° si le volume du gaz reste le même; 2° si l'enveloppe qui renferme le ballon se dilate en même temps que lui, K étant le coefficient de dilatation de l'enveloppe.

159. Dans un ballon de verre de 250 centimètres cubes, on introduit 25 centimètres cubes d'air sec, à la pression de $0^m,760$ et à 0°, puis on chauffe le vase à 100°; quelle est la pression intérieure? On négligera la dilatation du verre.

160. Calculer le poids de l'air qui remplirait à 27°, et sous la pression de $0^m,745$, un espace sphérique de 1 mètre de diamètre, sachant que le poids d'un litre d'air à 0°, et sous la pression de $0^m,760$, est $1^{gr},29$, et que le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367.

161. Sachant que l'air qui remplit, à 27° et sous la pression $0^m,740$, un espace sphérique de 1 mètre de diamètre pèse 616 grammes, déduire de cette donnée le poids de 1 litre d'air à 0° et à $0^m,760$. La dilatation de l'air est 0,00367.

162. A quelle température faut-il chauffer l'acide carbonique pour que le litre de ce gaz, sous la pression de $0^m,770$, pèse $1^{gr},293$? On sait que la densité de l'acide carbonique rapportée à l'air est 1,52; on sait, de plus, que le poids spécifique absolu de l'air est $\frac{1}{773}$ à la température 0° et sous la pression $0^m,76$; on sait enfin que le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

163. Un litre d'air pèse $1^{gr},299$ à la température de 0° et à la pression de $0^m,760$; on demande le poids d'un litre de ce fluide à 12° et à la pression $0^m,760$.

164. On pèse un ballon vide; on trouve $1452^{gr},465$; on le pèse plein d'un gaz sec à $0^m,73$ et à 12°,43; on trouve $1465^{gr},418$; on sait que la capacité du ballon est $7^{lit},234$ à 12°,43; on demande le poids d'un litre de ce gaz à 0° et à $0^m,76$. On suppose la dilatabilité de ce gaz très-peu différente de celle de l'air.

165. Trouver le poids de 10 litres d'acide carbonique à la température de 20° et sous la pression de 3 atmosphères. Le poids d'un litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,760$ est $1^{gr},293$; la densité de l'acide carbonique est 1,52; le coefficient de dilatation des gaz et 0,00366.

166. Une certaine quantité d'air sec occupe 5 centimètres cubes, à la température de 15° et sous la pression $0^m,60$ de mercure; on demande: 1° quel est le poids de cet air; 2° quelle force élastique il posséderait à la température de 250° s'il se trouvait amené à avoir un volume de 300 centimètres cubes. Le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367; le litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$ pèse $1^{gr},293$.

167. Une masse d'air sec indéfinie, primitivement à 0° et sous la pression $0^m,6$, éprouve une élévation de température de 3°,5. On demande quel changement doit subir la pression pour

que le poids du litre reste le même. Le poids du litre d'air normal est $1^{gr},293$; le coefficient de la dilatation de ce gaz est 0,00367.

168. Un ballon fermé, dont le volume extérieur est de 10 litres à 0°, se trouve plongé dans l'air à 15° et sous la pression $0^{m},77$ de mercure; on demande la perte de poids qu'il éprouve par suite de l'action de l'air sur lui. On demande de plus quelle variation subirait cette perte de poids, si la pression devenait $0^{m},768$ et la température 17°. Le litre d'air à 0° et sous la pression $0^{m},760$ pèse $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation cubique de l'air est 0,00367, celui du verre $\frac{1}{38700}$.

169. On fait jouer une machine pneumatique jusqu'à ce que la pression, qui était d'abord de $0^{m},760$, soit réduite à $0^{m},21$. La température est 0° pendant la durée de l'expérience, et la cloche a une capacité de $7^{lit},53$. On demande : 1° le poids de l'air qui reste sous la cloche et le poids de l'air qui en a été retiré; 2° quels seraient ces deux poids si la température avait été de 15°.

170. On a pesé successivement dans le même ballon deux gaz : le volume du premier gaz pesait $1^{gr},543$; le volume du second gaz pesait $1^{gr},789$; la température de la première pesée était de 18°,5; celle de la seconde était de 17°,8; on demande le rapport entre la densité du premier gaz et celle du second. On prendra 0,00366 pour le coefficient de dilatation des deux gaz.

CAPACITÉS CALORIFIQUES.

171. On mêle 15 kilogrammes de mercure à 65°,2 avec $40^{kg},1$ d'eau à 3°,4; on demande la température du mélange. On admet 0,03 pour la chaleur spécifique du mercure. L'eau est contenue dans un vase pesant $0^{kg},758$; la chaleur spécifique de la matière du vase est $\frac{1}{2}$.

172. Un vase de laiton, pesant 45 grammes, renferme 400 grammes d'eau à 10°; on y plonge 100 grammes de fer chauffé à une température inconnue x; la température finale $\theta = 11°$; la chaleur spécifique du fer égale 0°,1137; celle du laiton égale 0°,0939; on propose de déterminer la valeur de la température initiale du fer.

173. La chaleur spécifique du laiton est 0,0939, celle du fer est 0,1137. Cela posé, dans un vase de laiton pesant 30 grammes, on met 400 grammes d'eau à 10° centigrades et 40 grammes de fer à 100°; on demande quelle sera la température finale du mélange. On admet que le vase a primitivement une température de 10° et que finalement il a une température égale à celle du mélange.

174. Une sphère de platine, dont le rayon à 0° est égal à 0°,015, se trouve chauffée dans un fourneau dont on veut avoir la température. Quand l'équilibre des chaleurs est établi, on enlève la sphère et on la plonge dans un vase renfermant 1200 centimètres cubes d'eau à 10°. Le vase est en cuivre et pèse 150 grammes. Après l'immersion, la température du calorimètre est 20°; on demande la température initiale de la sphère de platine; la densité du platine à 0° est 22. La capacité calorifique moyenne entre 0° et les températures élevées est 0,035. La capacité du cuivre est 0,095.

175. Dans un vase en laiton, pesant 30 grammes et renfermant 500 grammes d'eau à une température inconnue, on plonge un morceau de fer pesant 100 grammes et chauffé à 100°; la température finale du mélange est 3°,195. On demande quelle était la température initiale de l'eau et du vase qui la contient. La chaleur spécifique du laiton est 0,0939, celle du fer 0,1137.

176. Quelle élévation de température produirait une masse de cuivre de $12^{kg},68$ d'une chaleur spécifique de 0,095 et d'une température égale à 88°,17, par un mélange avec $40^{kg},12$ d'eau à 13°,18? L'eau est contenue dans un vase métallique pesant $0^{kg},452$ et ayant une chaleur spécifique de 0,12.

177. La chaleur spécifique d'un corps est 0,63, celle de l'eau étant prise pour unité; on demande combien il faudra de kilo-

grammes de ce corps à 25°,6 pour élever la température de 40 kilogrammes d'eau de 8° à 24°,6.

178. Dans un vase de laiton pesant 50 grammes, on met deux morceaux d'un métal inconnu parfaitement égaux entre eux. On chauffe le tout à 100° et on le plonge dans un calorimètre de laiton pesant 50 grammes et renfermant 1000 grammes d'eau à la température 17°,821. La température finale du mélange est 20°. On recommence la même expérience en n'employant qu'un seul des deux morceaux. La température initiale du calorimètre étant toujours 17°,821, on demande quelle sera la température finale. Le poids de l'eau du calorimètre est toujours 1000 grammes; la capacité calorifique du laiton est 0,094.

179. Un vase de laiton pesant 30 grammes renferme un certain poids d'eau inconnu, à la température de 20°. On y plonge 40 grammes de fer à 100°, et le mélange s'élève à la température de 20°,716; on demande quel est le poids de l'eau renfermée dans le vase. On sait que la chaleur spécifique du fer est 0,1137 et celle du laiton 0,0939.

180. On verse 3 litres d'eau à 30° dans un vase hémisphérique en cuivre à 0° et ayant un volume de 3 litres. La température de l'eau s'abaisse de 3°; celle du vase s'élève de 27°; quelle est, à 0°, l'épaisseur du vase? Capacité du cuivre, 0,095; densité, 8,8; densité de l'eau à 30°, 0,9957.

181. La chaleur spécifique du cuivre est 0,095; le coefficient de dilatation linéaire de ce métal est $\frac{1}{58100}$; son poids spécifique est 8,87 à 0°. On demande quel volume de cuivre à 100° il faut plonger dans 1 kilogramme d'eau à 4° pour que la température du mélange soit 10°.

182. La chaleur spécifique du sulfure de cuivre est 0,1212, celle du sulfure d'argent 0,0746. Cela posé, on constate qu'un mélange de ces deux corps pesant 4 kilogrammes, porté à 40° et plongé dans 6 kilogrammes d'eau à 7°,669, en élève la température à 10°; on demande combien le mélange contient de sulfure d'argent et combien il contient de sulfure de cuivre. On ne

tiendra pas compte de l'influence perturbatrice du vase dans lequel le mélange s'effectue.

183. Un vase métallique pesant 3 kilogrammes renferme $32^{kg},5$ d'eau à 14°,5; la chaleur spécifique de ce métal est 0,12, celle de l'eau étant l'unité. On met dans l'eau de ce vase $8^{kg},25$ d'un autre métal à 60°,5. La température est 14°,6. On demande la chaleur spécifique de ce dernier métal.

184. On mêle 1 kilogramme d'eau à 0° avec 1 kilogramme d'un autre liquide à 100°, et l'on trouve que la température du mélange est de 3°; on demande la capacité calorifique de ce dernier liquide, comparée à celle de l'eau.

185. Une masse d'eau de $28^{kg},178$ est dans une caisse en métal pesant $1^{kg},719$ et dont la chaleur spécifique est de $\frac{1}{11}$; $5^{kg},287$ d'un métal à 75°,5 sont plongés dans cette eau. La température s'élève de 13°,45 à 28°,12; on demande la chaleur spécifique du métal.

186. Dans un vase en laiton du poids de 30 grammes et renfermant 500 grammes d'eau à 20°, on plonge un morceau d'un métal inconnu pesant 100 grammes et chauffé à 100°; la température finale du mélange est 21°,815; on propose de déterminer, d'après ces données, la chaleur spécifique du métal sur lequel on a opéré. La chaleur spécifique du laiton est 0,0939.

187. Un vase métallique pesant 1 kilogramme renferme $25^{kg},37$ d'eau à 14°,5; la chaleur spécifique de ce métal est 0,12, celle de l'eau étant l'unité. On met dans l'eau de ce vase $6^{kg},93$ d'un autre métal à 62°,3, et l'on voit que la température du liquide s'élève à 17°,5; on demande la chaleur spécifique de ce dernier métal.

188. On plonge 5 kilogrammes d'un métal à 80° dans 60 kilogrammes d'eau à 15°,5; le mélange est porté à 26°,4. L'eau est contenue dans un vase de cuivre pesant $0^{kg},534$; la chaleur spécifique du cuivre est 0,09; on demande la chaleur spécifique du métal.

189. On met dans 25 kilogrammes d'eau à 13°,5 un corps

pesant $7^{kg},16$ et dont la température est 78°; le mélange prend une température de 14°,82. On demande la chaleur spécifique de ce corps. On ne tiendra pas compte de l'influence du vase sur la température du mélange.

190. 100 grammes de sulfure de plomb sont mélangés avec 200 grammes de fer dans un vase de laiton pesant 50 grammes; on porte le tout à 100° et on le plonge dans $1294^{gr},6$ d'eau renfermés dans un vase en laiton pesant 100 grammes. L'eau et le calorimètre qui la renferme sont primitivement à 18°; après le mélange, la température finale est de 20°; on demande quelle est la capacité calorifique du sulfure de plomb, celle du fer étant 0,114 et celle du laiton 0,094.

191. On demande la chaleur spécifique d'un corps solide déduite de l'expérience suivante. Ce corps est pris à 89°,5; il pèse $3^{kg},352$; on le plonge dans $23^{kg},528$ d'eau à 11°,45. Le mélange marque 15°,18. Le liquide est contenu dans un vase en métal pesant $0^{kg},721$ et ayant une chaleur spécifique de $\frac{1}{15}$ rapportée à celle de l'eau prise pour unité. On indiquera les circonstances qui exigeraient une correction pour que la détermination fût tout à fait régulière.

192. Dans un vase de laiton pesant 50 grammes, on met 100 grammes de sulfure de plomb et 200 grammes de fer. Le tout est porté à 100°, puis plongé dans un vase de laiton pesant 100 grammes et renfermant $1294^{gr},6$ d'un liquide inconnu; ce liquide et le vase qui le renferme sont primitivement à 18°. Après le mélange, la température finale est 20°. On demande quelle est la capacité calorifique du liquide. La capacité calorifique du sulfure de plomb est 0,051; celle du fer est 0,1141, celle du laiton 0,094.

CHALEUR LATENTE DE FUSION.

193. On mêle $3^{kg},25$ de glace à 0° avec 14 kilogrammes d'eau à 36°. Quelle sera la température du mélange?

194. Calculer le poids de la quantité de glace à 0° qui serait employée pour abaisser à 16°,5 un bain de 350 litres d'eau à 32°, contenu dans un vase en cuivre du poids de 25 kilogrammes. On prendra pour chaleur spécifique du cuivre 0,095 et pour coefficient de la dilatation de l'eau $\frac{1}{2360}$.

195. Combien faut-il de glace à 0° pour abaisser à 5° toute l'eau à 30° que renferme un cylindre de 3 mètres de hauteur et dont la base a $2^{m},5$ de diamètre? On prendra $\pi = 3,141$.

196. Une quantité d'eau égale à 45 kilogrammes est renfermée dans une caisse en cuivre du poids de $2^{kg},538$; la température de cette eau est 28°,5; on dissout $7^{kg},250$ de glace à 0°. On demande la température du mélange. La chaleur spécifique du cuivre est $\frac{1}{10}$.

197. Une caisse en métal du poids de $5^{kg},425$ renferme $25^{kg},175$ d'eau à 30°,25. On demande combien il faut y dissoudre de glace à 0° pour que la température de cette eau soit abaissée à 12°,42. La chaleur spécifique du métal est $\frac{1}{12}$.

198. On demande la hauteur en mètres de la couche de pluie qui devrait tomber sur une surface couverte de glace à 0° pour la fondre en totalité. On suppose que l'épaisseur de la glace est de $0^{m},05$ et que la pluie tombe à la température de 15°.

199. Un morceau de fer pesant 870 grammes est recouvert d'une couche de glace à 0°; on plonge le tout dans 1 litre d'eau à 20°, et, au bout de quelques instants, la température du mélange se fixe à 6°. On demande quel était le poids de la glace attachée au fer. La chaleur spécifique du fer est 0,1138; la chaleur latente de la glace est 79,25.

200. Combien faut-il de kilogrammes d'eau à 45° pour fondre, sans changement de température, 8 kilogrammes de glace à 0°?

201. On prend 2 kilogrammes d'eau à 27°. On demande combien il faut y introduire de glace à 0° pour ramener la température du mélange à 10°. On opère dans un vase de verre pesant 1 kilogramme, dont la chaleur spécifique est 0,18.

CHALEUR LATENTE DE VAPORISATION.

202. Combien faut-il de vapeur d'eau à 100° pour porter 250 litres d'eau de 8° à 32°?

203. A quelle température amènerait-on 1300 litres d'eau prise à 14° centigrades en y faisant condenser 25 kilogrammes de vapeur d'eau bouillante, à la pression ordinaire? On suppose que la chaleur latente de la vapeur est de 530 calories. On ne tiendra pas compte de l'influence du vase.

204. On fait passer $34^{kg},26$ de vapeur d'eau à 140° dans une masse d'eau de 2500 kilogrammes à 16° contenue dans un récipient en laiton du poids de 122 kilogrammes. On demande la température du mélange, sachant que la chaleur spécifique du laiton est 0,0939.

205. On a fait arriver dans un poids d'eau inconnu $5^{kg},37$ de vapeur d'eau à 100° sous la pression $0^{m},760$; on a ainsi porté la température de l'eau de 8°,5 à 30°,4. On demande le poids de cette eau. On sait que ce liquide était renfermé dans un vase métallique pesant $0^{kg},426$ et ayant une chaleur spécifique de 0°,1.

206. 35 kilogrammes d'eau sont renfermés dans une caisse de cuivre dont la chaleur spécifique est $\frac{1}{10}$, celle de l'eau étant l'unité. Cette caisse pèse $1^{kg},523$. On demande combien il faut de vapeur d'eau, sous la pression $0^{m},760$ et à 100°, pour élever la température de cette eau de 12°,45 à 45°,17. On admet 540^{c} pour la chaleur latente de la vapeur d'eau.

207. Dans une machine à vapeur, on suppose la vapeur d'eau à 140°; l'eau froide injectée dans le condenseur est à la température de 14°, et l'eau du mélange est à la température de 38°. On demande quel sera le poids d'eau nécessaire pour condenser un poids donné de vapeur.

208. Combien faut-il de vapeur d'eau à 100° sous la pres-

sion $0^m,760$ pour élever de $10^o,5$ à $25^o,7$ la température de 150 kilogrammes d'eau contenus dans une baignoire en cuivre pesant $12^{kg},47$. La chaleur latente de vaporisation de l'eau est 540°; la chaleur spécifique du cuivre est $\frac{1}{10}$ de celle de l'eau.

209. On fait arriver et condenser 5 kilogrammes de vapeur d'eau à 100° et sous la pression $0^m,760$ dans une masse d'eau; la température de cette eau s'élève de 25°, par suite de cette condensation. On demande quel est son poids. La chaleur latente de la vapeur d'eau est de 555 calories.

210. La chaleur latente de la vapeur d'eau à 100° est 537. Cela posé, on demande combien de grammes de vapeur à cette température il faut condenser dans 2 kilogrammes d'eau primitivement à 15° pour que la température finale du mélange soit 30°. Le vase qui renferme l'eau est de laiton; il pèse 100 grammes. La chaleur spécifique du laiton est 0,0939.

211. 18 kilogrammes de vapeur d'eau produite sous la pression de $0^m,760$ ont élevé de $11^o,5$ à 29° une masse d'eau dont le poids est inconnu. On demande ce poids.

212. Faire arriver 100 grammes de vapeur d'eau à 100° dans 2 kilogrammes d'eau à 0°, contenus dans un vase en cuivre du poids de 500 grammes. Quelle sera la température finale du mélange? La chaleur latente de la vapeur d'eau est 537 calories; la chaleur spécifique du cuivre est 0,095.

213. Dans quelle proportion faut-il partager 1 kilogramme d'eau à 50° pour que la chaleur que l'une de ses parties abandonnerait, en passant à l'état de glace à 0°, fût suffisante pour transformer l'autre partie en vapeur à 100°, sous la pression $0^m,760$? La chaleur latente de fusion de la glace est 79,25; celle de la vaporisation de l'eau est 535.

214. Une couche de neige à 0° et d'une épaisseur de $0^m,01$ étant donnée, combien devra-t-elle recevoir de chaleur solaire par mètre carré de superficie pour se répandre dans l'air sous forme de vapeur d'eau à 12°? La densité de la neige est supposée 0,55.

215. Combien faut-il de kilogrammes de glace pour liquéfier et amener à 20° 3 kilogrammes de vapeur d'eau pris à 132°? La chaleur latente de la vapeur d'eau est 525; celle de la glace est 79,25.

216. On sait que, dans des conditions convenablement choisies, un corps peut rester liquide à des températures inférieures à celle de la solidification normale. Cela posé, on demande de combien de degrés au-dessous du point de sa fusion il faut refroidir du phosphore liquide pour que, par sa solidification brusque et complète, il remonte au point de sa fusion. La chaleur latente de fusion du phosphore est 5,4; sa chaleur spécifique, dans le voisinage de son point de fusion, est 0,20.

217. On abaisse du phosphore liquide jusqu'à une température de 30°; à ce moment, on y détermine un commencement de solidification; on demande si la solidification sera complète. Si elle ne l'est pas, on demande quelle sera la portion du poids total qui se solidifiera. Le phosphore fond à 44°,2; sa chaleur latente de fusion est 5,4; sa chaleur spécifique, à l'état liquide ou à l'état solide, dans le voisinage du point de fusion, est 0,2.

VAPEURS.

218. La force élastique maxima de la vapeur d'eau à 100° est $0^m,760$; la densité de cette vapeur est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air; le litre d'air à 0° et à $0^m,760$ pèse $1^{gr},293$, et le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367. Cela posé, on demande combien de litres de vapeur à 100° et sous la pression $0^m,760$ on peut produire avec $3^{gr},285$ d'eau.

219. La densité de l'éther liquide à 0° est 0,715; celle de l'éther gazeux rapporté à l'air est 2,5. Cela posé, on demande quelle épaisseur doit avoir à 0° une couche cylindrique d'éther pour que, transformée en vapeur à 38° dans un tube de même section

et de 1 mètre de long, elle donne une vapeur ayant une pression égale à $0^m,70$. Le poids du litre d'air normal est $1^{gr},293$; le coefficient de la dilatation du gaz est 0,00367. On sait qu'à la pression normale l'éther bout à 36°.

220. Quelle est la tension d'une vapeur qui élèverait à 30 mètres de hauteur dans le tube d'un manomètre à air libre?

Le baromètre marque en ce moment $0^m,74$; le coefficient de dilatation absolue du mercure est $\frac{1}{5550}$; le coefficient de dilatation apparent est $\frac{1}{6150}$.

221. On introduit un peu d'eau dans la chambre d'un baromètre placé dans l'air à la température de 20°; la dépression qu'on observe est $17^{mm},9$; quelle est la pression maximum de la vapeur d'eau à 20°, le coefficient de dilatation du mercure étant $\frac{1}{5500}$?

222. La densité de la vapeur d'eau est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, dans les mêmes conditions de pression et de température. Cela posé, on demande quel volume occupe à 100° et sous la pression $0^m,76$ un gramme de vapeur d'eau. Le poids du litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,76$ est de $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation de ce gaz est 0,00367.

MÉLANGES DE GAZ.

223. Dans un récipient de 3 litres, on fait entrer : 1° 2 litres d'hydrogène soumis primitivement à la pression de 3 atmosphères; 2° 4 litres d'acide carbonique à la pression de 5 atmosphères; 3° 3 litres d'azote à la pression de $\frac{1}{2}$ atmosphère. On demande la pression finale du mélange. La température reste invariable pendant l'opération.

224. Dans un ballon de 2 litres de capacité, on fait entrer 1250 centimètres cubes d'air mesurés sous la pression $0^m,76$, et ensuite 1500 centimètres cubes d'acide carbonique mesurés sous

la pression $0^m,90$; on demande quelle sera la force élastique du mélange. On admet que les deux gaz ont primitivement la même température et qu'ils la conservent après leur mélange; on admet, en outre, que le ballon ne laisse sortir aucune portion des gaz que l'on y introduit.

225. Quel est le poids de 10 mètres d'un gaz à 30°, composé :
1° Par de l'air pris à la pression de $0^m,235$;
2° Par de l'acide carbonique pris à la pression de $0^m,521$;
3° Par de l'hydrogène pris à la pression de $0^m,352$;
4° Par de la vapeur d'eau prise à la pression de $0^m,18$?
Les densités de l'acide carbonique, de l'hydrogène et de la vapeur d'eau sont respectivement 1,52, 0,06, 0,622. Le poids d'un litre d'air normal est $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation des gaz est 0,00366.

226. On a condensé dans un ballon de 10 litres à la température de 0° : 1° 6 litres d'air pris à 20° et à la pression de $0^m,720$; 2° 10 litres d'hydrogène pris à 40° et à la pression de $0^m,740$; 3° 12 litres d'azote pris à 30° et à la pression de $0^m,020$; quelle sera la pression totale?

227. Dans un vase dont la capacité est 340 centimètres cubes, on introduit : 1° 25 centimètres cubes d'oxygène à 15°; 2° 32 centimètres cubes d'hydrogène à 40°; 3° 60 centimètres cubes d'azote à 60°. On porte le mélange à la température 40°; quelle sera la pression finale?

MÉLANGES DE GAZ ET DE VAPEURS.

228. Dans 1 mètre cube d'air sec à la température de 10°, on introduit 2 grammes d'eau, qui se réduisent en vapeur; on demande quelle est la pression de la vapeur répandue dans cet espace, sachant que la densité de la vapeur d'eau est 0,62 de celle

de l'air, et que le poids de 1 mètre cube d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,760$ est de $1^{kg},29$.

229. Un mélange d'air et de vapeur d'eau à demi saturé à 30° occupe un volume de 1 mètre cube, à cette température et à la pression $0^m,760$; le mélange dont il s'agit, parfaitement isolé de l'air extérieur, est refroidi à 0°, sans que la pression change; quel sera alors son nouveau volume? La tension de la vapeur d'eau à 30° est 0,0315 et 0,0046 à 0°; le coefficient de la dilatation des gaz est 0,00367.

230. A la température de 0°, une auge, de forme cylindrique, a une base égale à 1 décimètre carré et une hauteur de 2 millimètres (les dimensions sont prises, bien entendu, à l'intérieur). Elle est pleine d'éther, dont le poids spécifique à 0° est 0,715; on verse cet éther dans un tube cylindrique maintenu à la température de 38° et renfermant à cette température de l'air à une pression de 8 centimètres. A la température de l'expérience, la base du tube est de 1 décimètre carré et la hauteur de 1 mètre. On demande ce que deviendra la pression intérieure, sachant que le poids d'un litre d'air normal est $1^{gr},293$. La densité de la vapeur d'éther, rapportée à l'air, est 2,5. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367. On sait que, à la pression normale, l'éther fond à 36°.

231. Dans un ballon de la capacité de 5 litres et plein d'air sec à 20° sous la pression $0^m,750$, on introduit 25 milligrammes d'eau, et l'on demande quelle sera la pression du mélange gazeux quand l'eau sera vaporisée.

232. Un mélange d'air et de vapeur d'eau, à la température de 15° et sous la pression $0^m,73$, occupe un volume de 50 décimètres cubes; quel sera le volume du même mélange à la température de 30° et sous la pression $0^m,780$? On supposera, dans les deux cas, l'air saturé de vapeur. On sait que les tensions maxima de la vapeur d'eau aux températures de 15° et de 30° sont égales à $12^{mm},7$ et $31^{mm},5$.

HYGROMÉTRIE.

233. Le litre d'air pèse $1^{gr},293$ à 0° et sous la pression $0^{m},76$; la densité de la vapeur d'eau est égale aux $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, dans les mêmes conditions; quelle perte de poids éprouvera, par le fait de son immersion dans l'air, un ballon de verre ayant un volume extérieur de 10 litres, lorsque la température sera 20°, la pression $0^{m},78$, et son état hygrométrique $\frac{3}{4}$, la tension maxima à 20° étant 0,0174 et le coefficient de dilatation des gaz égal à 0,00367.

234. Étant donnés $4^{lit},5$ d'un gaz saturé d'humidité, sous la pression de $0^{m},759$, on demande le volume de ce gaz sous la pression de $0^{m},748$, en supposant ce gaz sec, la tension de la vapeur d'eau étant $12^{mm},699$.

235. Le litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^{m},760$ pèse $1^{gr},293$; le coefficient de la dilatation du gaz est 0,00366; la densité de la vapeur d'eau rapportée à celle de l'air prise pour unité est $\frac{5}{8}$: la tension maxima de la vapeur d'eau à 30° est de 0,0315. Cela posé, on demande quel volume occupent à 30°, et sous la pression $0^{m},760$, 3 grammes d'air, ayant un état hygrométrique égal à $\frac{2}{3}$.

236. 3 litres d'air à 30° et sous la pression $0^{m},76$ ont un état hygrométrique égal à $\frac{3}{4}$; on les agite avec de l'acide sulfurique concentré et l'on demande ce que deviendra, après l'agitation, le volume du gaz, toujours sous la même pression et à la même température. On demande en outre quel sera l'accroissement de poids éprouvé par l'acide sulfurique. La tension maximum de la vapeur d'eau à 30° est $0^{m},0315$; la densité de la vapeur d'eau, rapportée à celle de l'air, est $\frac{5}{8}$; le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367; le litre d'air à 0° et sous la pression $0^{m},76$ pèse $1^{gr},293$.

237. Quel serait à 0°, et sous la pression de $0^m,76$, le poids d'un volume d'air, sachant que ce volume d'air, complétement saturé à 18° et sous la pression $0^m,78$, pèse $16^{gr},25$? On sait de plus que la force élastique de la vapeur d'eau à 18° est de $0^m,01535$ et que la densité de la vapeur est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air.

238. 4 litres d'air primitivement sec à 20° et à la pression de $0^m,77$ absorbent de la vapeur d'eau, de manière que leur état hygrométrique devienne $\frac{3}{4}$; la pression et la température ne changent pas. On demande quel accroissement de volume et de poids ces 4 litres d'air éprouvent. La tension maximum de la vapeur d'eau à 20° est égale à 0,0175.

239. Un litre d'air sec à 0° et à $0^m,76$ de pression pèse $1^{gr},293$; la densité de la vapeur d'eau est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air. Cela posé, on demande quel est, à 30° et à $0^m,77$, le poids d'un mètre cube d'air dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$. La tension maxima de la vapeur à 30° est 0,0315.

240. Sachant qu'un volume d'air saturé de vapeur d'eau à 20° et sous la pression $0^m,77$ pèse $16^{gr},14$, on demande quel est actuellement ce volume d'air et quel serait son poids à 0° et sous la pression $0^m,76$. On sait que la tension de la vapeur d'eau à 20° est $17^{mm},391$, que le poids de la vapeur d'eau est, toutes choses égales, les $\frac{5}{8}$ de celui de l'air, et qu'un litre d'air à 0° et sous la pression de $0^m,76$ pèse $1^{gr},293$.

241. Chercher le volume d'air à 20° dont l'état hygrométrique est 0,8 et qui contiendrait 1 kilogramme de vapeur d'eau, sachant que la pression maximum de la vapeur d'eau à 20° est $17^{mm},3$, la densité de la vapeur d'eau $\frac{5}{8}$. Le poids d'un litre d'air à 0° et à la pression $0^m,76$ est $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367.

242. Une chambre ayant la forme d'un prisme droit à base rectangle a pour dimensions 6 mètres, 5 mètres et $2^m,50$; elle est remplie d'air à la pression de $0^m,76$; la température est 15°, l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$; on demande quel poids d'oxygène, d'azote et de vapeur d'eau elle contient. Le litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,76$ pèse $1^{gr},293$; la densité de l'oxygène rapportée à

l'air à 0° et à $0^m,76$ est 1,1056 ; la densité de la vapeur d'eau est 0,622 ; la densité de l'azote est 0,9714. On suppose que dans l'air il y a en volume 20,8 d'oxygène, 79,2 d'azote ; on admet qu'il n'y a pas d'acide carbonique.

243. Un ballon dont la capacité est 12 litres à 0° renferme à 20° de l'hydrogène humide dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$, la pression étant $0^m,77$. On demande de calculer le poids du gaz et celui de la vapeur qu'il contient. La densité de la vapeur d'eau est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air dans les mêmes conditions de pression et de température. La densité de l'hydrogène, quand on prend celle de l'air pour unité, est 0,0688. Le coefficient de la dilatation du verre est $\frac{1}{38700}$. Le poids du litre d'air sec à la température 0° et à la pression $0^m,76$ est $1^{gr},293$. La tension maxima de la vapeur à 20° est $17^{mm},5$.

244. 2 litres d'air à demi saturés d'humidité à 30° et primitivement sous H = 0,76 sont soumis sans changement de température à une pression de $3^m,04$. On demande ce que devient leur volume. La tension maximum de la vapeur d'eau à 30° est 0,0315.

245. Quel est le poids de 10 litres d'air à 25°, sous la pression 750 millimètres, contenant une quantité de vapeur d'eau dont la pression est 12 millimètres. 1 litre d'air à 0° pèse $1^{gr},293$; la densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air est 0,622.

246. Le poids d'un litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,76$ est $1^{gr},293$. La densité de la vapeur d'eau prise par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$. Cela posé, on demande quel volume occupe à 30° et sous la pression $0^m,74$ un poids d'air égal à 10 grammes, lorsque l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$. La tension maximum à 30° est égale à $0^m,0315$. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

247. On fait passer dans un tube en verre rempli de pierre ponce imbibée d'acide sulfurique 20 litres d'air à 20° sous la pression $0^m,76$ et saturés d'humidité. On demande l'accroissement de poids du tube, en supposant qu'il dessèche complétement le gaz. Densité de la vapeur $\frac{5}{8}$ de celle de l'air. Coefficient du gaz,

0,00367; poids du litre d'air sec, à 0° et à $0^m,76$, $1^{gr},293$; fusion maxima de la vapeur d'eau à 20°, $0^m,0175$.

248. Un ballon de verre ayant une capacité de 5 litres à 0° est rempli d'air sec à cette température et sous la pression $0^m,76$. On le chauffe à 100° et on le met en communication avec une atmosphère indéfinie ayant une pression de $0^m,60$. On demande quel sera, en cette circonstance, le poids d'air qui sortira du ballon. Le poids du litre d'air sec à 0° et sous la pression $0^m,76$ est de $1^{gr},293$ Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367 et celui du verre $\frac{1}{38700}$.

249. 100 mètres cubes d'air saturés d'humidité à 30° sont refroidis à 10° et restent saturés. On demande ce que devient leur volume; la pression qu'ils supportent est dans les deux cas $0^m,76$. On demande en outre quel poids d'eau ils laisseront déposé en se refroidissant ainsi. La tension maxima de la vapeur d'eau est $9^{mm},5$ à 10°, et elle est $31^{mm},5$ à 30°. La densité de cette vapeur est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air dans les mêmes conditions. L'air sec à 0° et à la pression $0^m,76$ pèse $1^{gr},293$ par litre. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

250. La tension maximum de la vapeur d'eau à 20° est $0^m,0174$; la densité de cette vapeur est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, dans les mêmes conditions. Le litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,76$ pèse $1^{gr},293$; on demande quel est le poids de vapeur d'eau que contient à 20° un espace cubique de 1200 mètres de côté, complétement saturé à cette température. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

251. Calculer le poids de 15 litres d'air saturé de vapeur d'eau à la température de 20° et sous la pression de 750 millimètres. On sait qu'un litre d'air pèse $1^{gr},293$ à 0° et sous la pression 760 millimètres, que la densité de la vapeur d'eau est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, dans les mêmes conditions, et que la tension maxima de la vapeur d'eau à 20° est $17^{mm},39$, et que le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

252. La force élastique maxima de la vapeur d'eau à 100° est $0^m,76$. La densité de cette vapeur est les $\frac{5}{8}$ de la densité de l'air

dans les mêmes conditions de pression et de température. Le litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,76$ pèse $1^{gr},293$, et le coefficient de la dilatation des gaz est 0,00367. Cela posé, on demande combien de litres de vapeur à 100°, sous la pression $0^m,76$, on peut produire avec $3^{kg},185$ d'eau.

253. 15 litres d'air primitivement à 0° et sous la pression $0^m,76$ sont élevés à 30° et se saturent d'humidité à cette température. On demande ce que devient leur volume. La pression reste toujours égale à $0^m,76$; la tension maxima de la vapeur à 30° est 0,0315. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

254. Quel est le poids de l'eau contenue, à l'état de vapeur, dans 1 mètre cube d'air humide, dont la température est 30° et l'état hygrométrique 0,75. La force élastique maxima de la vapeur d'eau à 30° est $31^{mm},4$.

255. Une couche d'air atmosphérique ayant une hauteur de 1000 mètres et une base de 1 décimètre carré est à demi saturée de vapeur d'eau à 10°; on demande quelle serait l'épaisseur d'une couche d'eau de 1 décimètre carré de base, dont le poids serait égal à celui de la vapeur d'eau contenue dans la colonne atmosphérique considérée. La densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$; le poids d'un litre d'air normal est $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367; la tension maxima de la vapeur d'eau à 10° est 0,00916.

256. Le dépôt de rosée sur un hygromètre de condensation s'est toujours fait à la même température de 8° pendant la durée d'une journée; à 7 heures du matin, la température était à 16°; à 2 heures, à 28°, et, à 6 heures du soir, à 23°; on demande quels étaient, à chacune de ces époques : 1° l'état hygrométrique de l'air; 2° le poids de la vapeur contenue dans chaque mètre cube d'air.

Les tensions maxima de la vapeur d'eau sont :

A 8°.....	0,008375
A 16°...	0,013630
A 28°... ...	0,027390
A 23°.....	0,020577

La densité de la vapeur rapportée à l'air est $\frac{5}{8}$; le poids du litre d'air à 0° et sous la pression $0^m,76$ est $1^{gr},293$; la pression atmosphérique a toujours été $0^m,76$. Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

257. On demande quelle différence il y a entre les poids de vapeur d'eau qui peuvent saturer à 20° et à 10° un espace cubique de 1 kilomètre de côté. Les tensions maxima de la vapeur d'eau à 20° et à 10° sont respectivement 0,01739 et 0,00916. Le poids d'un litre d'air normal est $1^{gr},293$; la densité de la vapeur d'eau prise par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$; le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

258. Un certain poids d'air saturé de vapeur d'eau à 30° occupe un volume de 20 litres sous la pression $0^m,76$. On en abaisse la température jusqu'à 20°, et en même temps on le dessèche partiellement, de telle sorte que son état hygrométrique n'est plus que $\frac{3}{4}$ à cette température. On demande ce qu'est devenu son volume. La pression est restée égale à $0^m,76$; la tension maxima de la vapeur d'eau à 30° est 0,0315; à 20°, elle est 0,0175; le coefficient de la dilatation des gaz est 0,00367.

259. Dans 1 mètre cube d'air à 15°, on introduit 5 grammes de vapeur d'eau : 1° quelle sera la tension de la vapeur d'eau dans le mélange : 2° quel sera le poids de cet air humide, si la force élastique totale est $0^m,76$?

260. Quel est le degré d'humidité de l'air qui, à 20°, contient 6 grammes de vapeur d'eau par mètre cube? La force élastique de la vapeur d'eau à 20° est $17^{mm},4$.

ACOUSTIQUE.

261. Deux cordes de même nature et de même longueur ont des sections respectivement égales à 1 et 4 millimètres carrés; la

plus mince est tendue par un poids de 1 kilogramme. On demande quel sera le poids avec lequel il faudra tendre la seconde pour qu'elle soit : 1° à l'unisson ; 2° à l'octave aiguë de la première.

262. Deux cordes de même nature et de même diamètre ont des longueurs respectivement égales à 1 mètre et à 2 mètres ; la plus courte est tendue par un poids de 1 kilogramme. On demande quelles devront être les tensions de la seconde pour que le son rendu par cette seconde corde soit : 1° à l'unisson ; 2° à l'octave aiguë ; 3° à la quinte de l'octave aiguë du son rendu par la plus courte des deux cordes.

263. Deux cordes métalliques de même longueur, de même diamètre, tendues par le même poids, sont mises en vibration. On demande le rapport entre les nombres de vibrations. On sait que la densité de la première corde est 8,53, et que celle de la seconde corde est 21,75.

264. Deux cordes métalliques de même longueur, de même diamètre, de même densité, sont tendues, la première par $11^{kg},25$, la seconde par $23^{kg},60$; on demande le rapport des nombres de vibrations.

265. Deux fils métalliques, de même nature et de même grosseur, ont pour longueur 1 mètre et $1^{m},20$; on demande quel devra être le rapport de leur tension pour que le plus court puisse donner la quinte de l'autre. Les fils sont ébranlés transversalement.

266. Deux cordes C et C′ ont même nature, même longueur, mais des diamètres différents, d et d' ; la corde C, tendue par un poids de 4 kilogrammes, donne la quinte du son que rend la corde C′ lorsqu'elle est tendue par un poids de 9 kilogrammes. On demande quel est le rapport des sections des deux cordes.

267. Deux cordes C et C′, de même longueur, de même section, sont formées de matières ayant des poids spécifiques différents, D et D′ ; chacune de ces cordes est tendue par un poids égal à son propre poids ; on demande quel est le rapport musical des sons qu'elles peuvent rendre.

268. Deux cordes, l'une en fer, d'une densité de 7,7, l'autre en platine, d'une densité de 21,2, de même longueur, de même diamètre, tendues par un même poids, sont mises en vibration : la corde en fer fait en une seconde 880 vibrations. On demande le nombre des vibrations que doit exécuter, en une seconde, la corde en platine.

Dans une autre expérience, la corde en fer est tendue par un poids de $12^{kg},5$; elle fait 1350 vibrations par seconde; on demande le nombre de vibrations qu'elle doit faire si le poids de $12^{kg},5$ est remplacé par un poids de $20^{kg},7$.

269. Une corde ayant 1 mètre de longueur et une tension invariable rend un son correspondant à 261 vibrations à la seconde; à l'aide de deux chevalets, on divise la corde en trois parties telles que la plus longue rende l'octave aiguë du son primitif et la deuxième la quinte de cette octave. On demande : 1° quel sera le rapport du son rendu par la troisième partie à celui de la corde entière; 2° quelles seront les positions des deux chevalets.

270. Une corde métallique fait 500 vibrations par seconde sous la tension de 25 kilogrammes; combien en ferait-elle sous une tension de 49 kilogrammes?

271. Le poids spécifique du fer est 7,8, celui du cuivre est 8,9. Cela posé, on demande quel doit être le rapport des deux fils cylindriques, l'un en fer, l'autre en cuivre, de longueurs égales, pour que ces fils donnent la même note lorsqu'on les fait vibrer transversalement, après les avoir également tendus.

272. Un tuyau ouvert et un bourdon ont une longueur commune de 2 mètres; on demande quel est le rapport musical qui existe entre les seconds harmoniques de ces deux tuyaux; on demande, en outre, quel est le nombre absolu de vibrations qui caractérise l'un ou l'autre de ces sons. La température est de 20°; le coefficient de dilatation des gaz est de 0,00367; la vitesse du son dans l'air à 0° est de 332 mètres. On admettra les lois de Bernoulli touchant les tuyaux sonores.

OPTIQUE.

273. Une lampe et une bougie sont distantes l'une de l'autre de $4^m,15$; on sait que les intensités des deux lumières sont entre elles comme 6 est à 1; à quelle distance de la lampe, sur la ligne droite qui joint les deux lumières, doit-on placer un écran pour qu'il soit également éclairé par l'une et par l'autre?

274. Un corps opaque est éclairé par une bougie et par une lampe; les ombres projetées par ce corps sur un écran ont la même intensité. Les distances à l'écran sont, pour la bougie 1 mètre, pour la lampe $2^m,50$. Quel est le rapport des intensités des deux lumières?

275. Un miroir plan, mobile autour d'un axe vertical, reçoit un rayon horizontal fixe. Si le miroir vient à tourner d'un angle donné α, quel est l'angle dont aura tourné dans ce même temps le rayon réfléchi?

276. Devant un miroir concave de 1 mètre de rayon, on place un objet lumineux de $0^m,08$ de hauteur perpendiculairement à l'axe principal et à une distance de 3 mètres du miroir; on demande quelles seront la position et la grandeur de l'image.

277. L'indice de réfraction du verre qui forme un prisme en flint-glass est égal à 1,576. On demande quelle est la valeur minimum de l'angle réfringent de ce prisme pour laquelle aucun des rayons lumineux tombant sur une face ne pourra émerger par l'autre.

278. Quel est le plus grand angle de réfraction que puisse faire avec la normale au point d'incidence un rayon lumineux qui passe du vide dans l'eau? L'indice principal de réfraction de l'eau est 1,336.

CHIMIE.

1. Combien de grammes d'eau faudrait-il décomposer par le fer au rouge, pour remplir d'hydrogène saturé d'humidité, à 10° et sous la pression 730^{mm}, un ballon sphérique ayant 2 mètres de diamètre?

La densité de l'hydrogène rapportée à l'air est 0,0692. La tension maximum de la vapeur d'eau à 10° est 9^{mm},5.

2. Combien de litres de chlore sec pourrait-on obtenir en traitant par un excès d'acide chlorhydrique 100 grammes de bioxyde de manganèse pur? La densité du chlore, rapportée à l'air, est 2,4. Les équivalents du chlore, de l'oxygène et du manganèse sont, respectivement : 35,5, 8 et 28.

3. Combien de litres de gaz oxygène, mesuré à la température de 10° et à 750^{mm} de pression, pourrait-on extraire de 1000 grammes de chlorate de potasse? La densité de l'oxygène est 1,1056.

4. Quel poids de vapeur d'eau faut-il décomposer par le fer chauffé au rouge pour obtenir l'hydrogène nécessaire au gonflement complet d'un ballon de la capacité de 500 mètres cubes, le gaz étant sec à la température de 20° et sous la pression de 770^{mm}? Quel est le poids du fer qui aura été oxydé? Quel est le poids de l'oxyde de fer produit?

Le coefficient de la dilatation des gaz est 0,00367. La densité de l'hydrogène est 0,06926. L'équivalent du fer est 28, celui de l'oxygène 8, celui de l'hydrogène 1.

5. Quel poids de carbonate de chaux faut-il décomposer par l'acide sulfurique pour obtenir l'acide carbonique nécessaire à la

préparation de 100 litres d'eau de Seltz saturée à 15° et sous la pression de 6 atmosphères? L'eau dissout son volume de gaz acide carbonique à 15° et sous la pression de 6 atmosphères. La densité de ce gaz est 1,529; le coefficient de la dilatation des gaz est 0,00367. Les équivalents du calcium, de l'oxygène et du carbonate sont 20, 8, 6.

6. Combien faut-il mettre de fer dans des tonneaux contenant de l'acide sulfurique étendu d'eau pour obtenir 100 mètres cubes d'hydrogène saturé d'humidité à la température de 10° et sous la pression de $0^m,76916$?

L'équivalent du fer est 28; de l'oxygène 8 et de l'hydrogène 1.

Le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367.

La densité de l'hydrogène est 0,06926.

La tension maximum de la vapeur d'eau à 10° est 9,16.

7. Quel est le poids de charbon qui peut être transformé en oxyde de carbone par l'oxygène contenu dans 1 kilogramme de sesquioxyde de fer? Quel sera le volume de cet oxyde de carbone mesuré sec à 20° sous la pression de 750^{mm}? Les équivalents du fer, de l'oxygène et du carbone sont 28, 8, 6; le coefficient de dilatation des gaz est 0,00367; la densité de l'oxyde de carbone est 0,967.

TABLE DES MATIÈRES

QUESTIONS.

PHYSIQUE

Pages.

Problèmes sur les poids spécifiques 1

Principe d'Archimède 2

Corps lestés 3

Corps flottants 4

Pesées. — Correction de la perte de poids. — Mesure des densités 4

Aréomètres 5

Pesées. — Correction de la pression atmosphérique 6

Aérostats 6

Pesées. — Corrections de la température et de la pression 7

Aérostats. — Conditions de température et de pression 10

Corps lestés et aréomètres. — Conditions de température 10

Hydrostatique 11

Vases communiquants 11

Presse hydraulique 12

Pression atmosphérique 13

Loi de Mariotte 13

1° Température constante 13

2° Température variable 16

Pages.

Divers problèmes sur le principe d'Archimède et la loi de Mariotte, avec conditions de température 17

Corrections barométriques 18

Machine pneumatique 19

Machine de compression 20

Chaleur 21

Thermomètre 21

Dilatation des corps solides et liquides 22

Problèmes divers 29

Dilatation des gaz 30

Capacités calorifiques 34

Chaleur latente de fusion 38

Chaleur latente de vaporisation 40

Vapeurs 42

Mélanges de gaz 43

Mélanges de gaz et de vapeurs 44

Hygrométrie 46

Acoustique 51

Optique 54

CHIMIE

Problèmes divers 55

Paris. — Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins. — 6015-77.

RECUEIL

DE PROBLÈMES

Paris. — Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins. — 6015-77.

RECUEIL

DE

PROBLÈMES

TIRÉS DES COMPOSITIONS

DONNÉES A LA SORBONNE DE 1853 A 1876

POUR LES

BACCALAURÉATS ÈS SCIENCES

SUIVIS

DES COMPOSITIONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES,
DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE, DONNÉES AUX CONCOURS GÉNÉRAUX
DE 1846 A 1877,

PAR

A. LONCHAMPT

Préparateur aux baccalauréats ès lettres et ès sciences
et aux Écoles du Gouvernement.

DEUXIÈME ÉDITION.

QUATRIÈME PARTIE.

PHYSIQUE — CHIMIE.

SOLUTIONS,

Précédées d'un précis sur la résolution des Problèmes de physique.

PAR M. H. BERTOT,

Ancien élève de l'Ecole polytechnique.

RATCLIFFE LIBRARY
UNIVERSITY
6 OCT 77

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1877

(Tous droits réservés.)

RECUEIL

DE PROBLÈMES

SOLUTIONS

6 OCT 77

PHYSIQUE.

PRÉCIS SUR LA RÉSOLUTION

DES PROBLÈMES DE PHYSIQUE.

1. La résolution d'un problème de Physique comprend deux parties :

La mise en équation du problème;

La résolution de l'équation ou des équations auxquelles on a été conduit.

Nous ne dirons rien ici de cette seconde partie. Elle conduit aux résultats demandés en appliquant les procédés du calcul algébrique aux équations obtenues. A ce moment, on n'a plus devant soi qu'un simple exercice d'Algèbre; ce que le problème présentait de particulier au point de vue de l'application des lois de la Physique a disparu : il n'y a plus à s'en préoccuper.

La mise en équation, au contraire, exige la connaissance en-

tière et parfaite des lois de la Physique, et c'est par l'application judicieuse de ces lois qu'on obtient les équations nécessaires à la résolution de la question posée. Mais, ici, l'inexpérience peut faire naître des hésitations et créer des difficultés devant lesquelles l'élève trop souvent se décourage.

Ce sont ces hésitations qu'il faut prévenir, ces difficultés qu'il faut écarter, en traçant la route à suivre pour que l'élève marche avec confiance et prenne aux applications raisonnées de la théorie un goût malheureusement trop rare.

C'est ce que nous nous proposons de faire en ce qui concerne les questions de ce Recueil.

2. Pour apprendre à résoudre un problème de la nature de ceux qui nous occupent, il faut d'abord bien se rendre compte de la manière dont on doit construire un énoncé.

Supposons donc que, entre m quantités déterminées, il existe n équations parfaitement distinctes. Il est évident que, en attribuant des valeurs numériques à $m-n$ de ces quantités, on pourra considérer les autres comme inconnues et proposer d'évaluer soit une ou plusieurs de ces inconnues, soit leur ensemble.

Or, quel que fût le nombre des énoncés qu'on pourrait par suite tirer de ces équations, soit en faisant varier le choix des quantités prises pour inconnues, soit, pour chaque groupe d'inconnues, en faisant varier le nombre d'entre elles à déterminer, et si grande que fût, en apparence, la diversité des questions posées, il est encore bien évident qu'il y aurait entre ces questions une certaine relation, puisqu'il faudrait nécessairement écrire tout ou partie de ces équations pour avoir les équations de l'un de ces problèmes en particulier.

D'autre part, les éléments de tout problème de Physique sont généralement de deux sortes : soit d'ordre physique, soit d'ordre géométrique. Ils sont liés entre eux par des relations qui sont l'expression de lois de même ordre, et celles-ci sont, les unes et les autres, en nombre très-limité, eu égard surtout à la grande variété des problèmes.

Il suffira donc, en règle générale, pour mettre avec certitude un problème en équation, de connaître parfaitement et de façon imperturbable les équations qui peuvent exister entre les divers

éléments entrant dans la composition d'un problème de Physique. On n'aura plus alors qu'à choisir entre ces équations celles qui se rapportent aux éléments du problème à résoudre, et, avec un peu d'exercice, on arrivera aux équations cherchées sans hésitation et avec certitude. On se rappellera toutefois que ces équations doivent être distinctes les unes des autres et que leur nombre doit être égal à celui des inconnues, tant principales qu'auxiliaires; l'intervention de ces dernières se révèle au cours de la mise en équation, comme nous le verrons plus loin.

Nous allons donc, en suivant l'ordre des questions de ce Recueil et sans sortir de ses limites, procéder à l'examen des équations auxquelles on devra avoir recours.

3. Les différentes formes sous lesquelles se présentent les relations entre le poids d'un corps, son volume, son poids spécifique ou sa densité, jouent un grand rôle dans nombre de problèmes. Il est nécessaire de les bien posséder; nous allons les rappeler sommairement.

Remarquons d'abord que le volume dont il s'agit ici est celui de la matière du corps supposée homogène et continue. Il ne faut pas confondre ce volume avec le volume apparent du corps. Le volume considéré dans ces relations est le volume apparent du corps, déduction faite de celui des vides ou cavités que le corps peut présenter.

Ainsi le volume d'une sphère creuse, dont les rayons extérieur et intérieur sont respectivement R et R′, sera

$$\frac{4}{3}\pi(R^3 - R'^3).$$

Le poids spécifique d'un corps s'entend différemment selon que le corps est solide, liquide ou gazeux.

Pour les corps solides et liquides, le poids spécifique s'entend du poids de la matière de ce corps qui occuperait, à la température de zéro, un espace dont le volume serait égal à l'unité.

Pour l'eau distillée, en particulier, ce poids se rapporte à la température de 4°,1, celle du maximum de densité de ce liquide.

Pour les gaz, le poids spécifique s'entend du poids de la matière du gaz remplissant le même espace d'un volume égal à l'unité, non-seulement à la température de zéro, mais encore sous la pression mesurée par une colonne de mercure de $0^m,760$ de hauteur.

La densité d'un corps solide ou liquide est le rapport du poids spécifique de ce corps au poids spécifique de l'eau; et, comme le poids spécifique de l'eau est égal à l'unité, il en résulte que la densité et le poids spécifique d'un corps solide ou liquide sont représentés par le même nombre. Mais il ne faut pas oublier que le poids spécifique est un *nombre concret*, tandis que la densité est un *nombre abstrait*.

Pour les gaz, la densité est le rapport du poids spécifique du gaz au poids spécifique de l'air atmosphérique; et, en particulier, la densité de l'air atmosphérique est le rapport de son poids spécifique à celui de l'eau, comme pour les corps solides ou liquides; d'où il suit que, de même que pour ces corps, le poids spécifique et la densité de l'air atmosphérique sont représentés également par le même nombre.

Le poids spécifique d'un autre gaz pourra donc, d'après ce qui précède, être représenté par le produit du poids spécifique de l'air atmosphérique par la densité de ce gaz.

En parlant de la densité d'un corps solide ou liquide ou de celle de l'air atmosphérique, on sous-entend qu'elle est prise par rapport à l'eau.

Et, en parlant de la densité d'un gaz, on sous-entend pareillement qu'elle est prise par rapport à l'air atmosphérique.

Il convient d'appeler *volume normal* le volume d'un corps solide ou liquide à la température de zéro; également, celui d'un gaz à la température de zéro et sous la pression de $0^m,760$, qu'on désignera convenablement aussi sous le nom de *pression normale*.

Le poids spécifique de l'air atmosphérique s'appellera alors *poids de l'air normal*.

4. Cela dit, soient

[P] le poids d'un corps dans le vide,

V son volume à zéro ou volume normal,
D son poids spécifique.

On a, d'après la définition du poids spécifique, la relation

$$(1) \qquad [P] = VD.$$

Pour les solides et les liquides, on emploie la lettre D pour représenter, tant le poids spécifique que la densité du corps, par la raison que le même nombre représente ces deux grandeurs, comme nous l'avons rappelé plus haut. Mais on ne doit jamais, lorsqu'on énonce la relation ci-dessus, prononcer le mot *densité*, mais bien les mots *poids spécifique*, autrement l'équation n'aurait plus de sens; elle ne serait pas homogène. Il est absolument incorrect de dire que le poids d'un corps est égal au produit de son volume par sa densité. Pour être correct, il faut dire que le poids d'un corps est égal à son poids spécifique multiplié par le nombre qui mesure son volume, ou simplement par son volume, en convenant du sens de cette abréviation.

Pour les gaz, en désignant par a le poids spécifique de l'air atmosphérique, et par D la densité d'un autre gaz, le poids [P] dans le vide d'un volume V de ce gaz, à la température et à la pression normales, sera donné par l'équation

$$(2) \qquad [P] = VaD.$$

Mais ici la lettre D représentera bien la densité de ce gaz, c'est-à-dire un *nombre abstrait*.

5. Si la température d'un corps ou, pour mieux dire, d'une masse solide ou liquide, primitivement à la température de zéro, vient à varier, le poids de cette masse reste nécessairement le même, mais son volume change et le volume normal V devient le volume V_t. Désignons par D_t ce que devient le poids spécifique du corps, c'est-à-dire le poids de la matière de ce corps, à la température t, sous l'unité de volume; on aura l'équation

$$(3) \qquad [P] = V_t D_t.$$

Si nous multiplions le second membre de l'équation (1) par $\frac{1+Kt}{1+Kt}$, K étant le coefficient de dilatation cubique du corps,

nous aurons

$$[P] = VD\frac{1+Kt}{1+Kt},$$

qu'on peut écrire

$$(4) \qquad [P] = V(1+Kt)\frac{D}{1+Kt}.$$

Or, comme on sait que

$$V_t = V(1+Kt),$$

il résulte de (3) et de (4) que

$$(5) \qquad D_t = \frac{D}{1+Kt}.$$

Si la température d'une masse gazeuse vient pareillement à varier de 0° à 1°, en même temps que sa pression change de $0^m,760$ à la pression H, le poids de cette masse restera nécessairement le même; mais son volume changera et le volume normal V deviendra le volume $V_{(t,H)}$. En désignant par $D_{(t,H)}$ ce que devient la densité du gaz à cette nouvelle température et sous cette nouvelle pression, nous aurons

$$(6) \qquad [P] = V_{(t,H)}\,a\,D_{(t,H)}.$$

Si nous multiplions le second membre de l'équation (6) par le produit

$$\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t} \times \frac{0,760}{H} \times \frac{H}{0,760},$$

qui est égal à l'unité et dans lequel α est égal au coefficient de dilatation des gaz, nous aurons

$$[P] = V \times a \times D \times \frac{1+\alpha t}{1+\alpha t} \times \frac{0,760}{H} \times \frac{H}{0,760},$$

qu'on peut écrire

$$(7) \qquad [P] = V(1+\alpha t)\frac{0,760}{H} \times a \times \frac{D}{1+\alpha t} \times \frac{H}{0,760}.$$

Or, comme on sait que

$$V_{(t,H)} = V(1+\alpha t)\frac{0,760}{H},$$

il résultera de (6) et de (7) que

$$(8) \qquad D_{(t,\,H)} = D \times \frac{1}{1+\alpha t} \times \frac{H}{0,760}$$

et

$$(9) \qquad a D_{(t,\,H)} = a \times D \times \frac{1}{1+\alpha t} \times \frac{H}{0,760}.$$

Si, dans ces dernières équations, on suppose D égal à l'unité, c'est-à-dire si on les applique à l'air atmosphérique, en appelant

$$a_{(t,\,H)}$$

la valeur que prend l'expression

$$a D_{(t,\,H)}$$

lorsque D est égal à 1, ou ce que devient le poids spécifique de l'air lorsqu'il passe de l'état normal à la température t et sous la pression H, on aura

$$(10) \qquad a_{(t,\,H)} = a \frac{1}{1+\alpha t} \times \frac{H}{0,760}.$$

Nous aurions encore à rappeler ici les formules relatives aux poids de volumes d'air et de gaz humides, mais nous y reviendrons lorsque nous parlerons des questions relatives à l'hygrométrie.

6. Nous devons placer ici deux remarques importantes.

La première est relative à la concordance des unités de poids, de longueur et d'espace. Il ne faut pas perdre de vue que le choix n'en est pas absolument arbitraire. Le choix de l'unité de poids entraîne la détermination des unités géométriques, et, réciproquement, le choix de l'unité de longueur, de surface ou de volume, fixe la valeur de l'unité de poids.

Selon, donc, qu'on prendra pour unité de longueur le mètre, le décimètre, le centimètre ou le millimètre, l'unité de poids sera la tonne de 1000 kilogrammes, le kilogramme, le gramme ou le milligramme, et réciproquement.

La seconde remarque est relative au passage du volume ou des dimensions d'un corps d'une température à une autre. Si le volume ou les dimensions d'un corps sont donnés à une tempé-

rature t, on les ramène d'abord à la température normale ou à zéro, à l'aide de la formule

$$V = \frac{V_t}{1 + Kt}$$

s'il s'agit d'un volume, et

$$L = \frac{L_t}{1 + \delta t}$$

s'il s'agit d'une dimension L, K et δ étant les coefficients de dilatation cubique et linéaire de la substance du corps.

Si le corps doit être porté à la température t', on aura, par les formules connues,

$$V_t' = V_t \frac{1 + Kt'}{1 + Kt}$$

et

$$L_t' = L_t \frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t}.$$

Sauf énonciation contraire, la température est supposée celle de zéro.

Ces divers points rappelés, nous allons examiner successivement les différentes espèces de problèmes proposés dans ce Recueil.

PROBLÈMES SUR LES POIDS SPÉCIFIQUES.

7. Dans ces problèmes, le poids du corps et son poids spécifique sont des éléments d'ordre physique; les autres sont d'ordre géométrique. Si un seul des éléments physiques est donné, l'autre est l'inconnue; si tous deux sont donnés, l'inconnue est le volume du corps ou l'un de ses éléments géométriques. L'équation

$$[P] = VD$$

servira de point de départ. Cette équation suffira si l'inconnue est l'une des trois quantités, les autres étant données. Si le vo-

lume est donné implicitement par les dimensions du corps défini géométriquement, il faudra joindre à cette équation celle qui exprime le volume en fonction des dimensions connues.

Si, P et D étant donnés, l'inconnue est une des dimensions du corps dont les autres dimensions sont données, V devient une inconnue auxiliaire qui nécessite encore l'emploi de cette seconde équation.

Si enfin l'inconnue est une fonction des dimensions du corps dont l'une au moins serait inconnue, il faudra aux deux premières équations en joindre une troisième exprimant cette dernière relation.

Par exemple, dans l'énoncé du problème n° 2, étant donnés le poids d'une sphère et la densité de la matière dont elle est faite, on demande la surface de cette sphère.

A l'équation

$$[P] = VD,$$

dans laquelle V est inconnu, on ajoute l'équation du volume de la sphère,

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

le rayon R étant également inconnu; mais, d'autre part, on a pour expression de la surface de la sphère

$$S = 4\pi R^2.$$

Ces trois équations sont distinctes; elles sont en nombre égal à celui des inconnues S, V, R, tant principales qu'auxiliaires; la mise en équation est donc complète.

PROBLÈMES SUR LE PRINCIPE D'ARCHIMÈDE.

8. On sait que le principe d'Archimède consiste en ce qu'un corps, plongé dans un fluide pesant, *semble* perdre de son poids un poids égal à celui du volume de ce fluide dont il occupe la place.

Soient donc :

[P] le poids du corps dans le vide;
V son volume à zéro,
D son poids spécifique;
[P'] le poids également dans le vide du volume de fluide que le corps déplace;
D' le poids spécifique du fluide.

On aura les relations

$$[P] = VD,$$

$$[P'] = VD',$$

d'où

$$[P'] = [P]\frac{D'}{D}; \tag{11}$$

on aura donc, pour le poids apparent du corps dans le fluide, les deux expressions

$$\left\{\begin{aligned} [P] - [P'] &= V(D - D'), \\ [P] - [P'] &= [P]\left(1 - \frac{D'}{D}\right). \end{aligned}\right. \tag{12}$$

Ces diverses expressions permettront de calculer :

1° L'équation (11), la perte de poids d'un corps, étant donnés son volume ou son poids, son poids spécifique et celui du fluide étant connus;

2° Les équations (12), avec les mêmes données, le poids apparent du corps;

3° Réciproquement, l'une des données premières, la perte de poids ou le poids apparent étant connus.

Les observations faites au n° 7 sont applicables ici, et, selon le cas, à celle de ces équations que comportera l'énoncé on joindra l'équation donnant le volume du corps, si ce volume est donné par ses dimensions, ou si l'une de ces dimensions est une des inconnues, principale ou auxiliaire, du problème.

Ces équations seront employées à la résolution des problèmes du n° 10 au n° 50.

PROBLÈMES SUR LES VASES COMMUNIQUANTS.

9. En ne considérant que deux vases communiquants et désignant par :

H, H′, H″,... les épaisseurs des couches des différents liquides dans l'un des vases ;

D, D′, D″,. . leurs poids spécifiques ;

h, h', h'',... les épaisseurs des couches des différents liquides dans l'autre vase ;

d, d', d'',... leurs poids spécifiques,

on a la relation

$$HD + H'D' + H''D'' + \ldots = hd + h'd' + h''d + \ldots.$$

ou, en représentant ces sommes par une notation abrégée,

$$[HD] = [hd].$$

PROBLÈMES SUR LA PRESSE HYDRAULIQUE.

10. L'équation fondamentale s'obtient en remarquant que le volume engendré par le grand piston, à chaque course refoulante du petit piston, est le même que celui engendré par ce dernier dans cette course. Soient s la surface du petit piston, c sa course ; S la surface du grand piston et C le chemin, correspondant à c, parcouru par le grand piston ; on a

$$SC = sc.$$

Si les deux pistons sont en équilibre sous l'action de deux forces, f sur le petit piston, F sur le grand, on aura la relation

$$Sf = sF.$$

PROBLÈMES SUR LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

11. Un baromètre constitue, avec l'atmosphère qui l'enveloppe, un système de vases communicants. Si donc on représente par P la pression atmosphérique exprimée en kilogrammes par unité de la surface libre du mercure; par H la hauteur du baromètre et par D le poids spécifique du mercure, on aura

$$P = HD.$$

Si la température est t, au lieu d'être zéro, on aura

$$P = H\frac{D}{1+Kt},$$

K étant le coefficient de dilatation du mercure.

PROBLÈMES SUR LA LOI DE MARIOTTE.

12. La loi de Mariotte consiste en ce que le volume d'une même masse de gaz varie en raison inverse de la pression à laquelle ce gaz est soumis, la température étant supposée constante.

Soient V le volume à la pression H, et V′ le nouveau volume sous la pression H′; on a

$$\frac{V}{V'} = \frac{H'}{H}$$

ou

$$VH = V'H'.$$

C'est sous cette dernière forme qu'il convient d'employer l'expression de cette loi.

Si, la pression restant constante, la température d'un volume

de gaz vient à varier de t à t', le volume de V_t deviendra $V_{t'}$, qui seront liés ensemble par la relation

$$V_t \frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t} = V_{t'},$$

les volumes étant sous la pression H. Mais, si le gaz ne peut se dilater, la pression deviendra H', qu'on déterminera en ramenant le volume $V_{t'}$ au volume V_t. On aura la relation

$$V_{t'} H = V_t H'$$

ou

$$H \frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t} = H'.$$

PROBLÈMES SUR LA MACHINE PNEUMATIQUE.

13. Ces problèmes se rapportent à des applications de la loi des épuisements.

Soient V le volume du récipient et des conduits; v le volume du corps de pompe, P_n le poids de l'air dans le récipient après le $n^{\text{ième}}$ coup de piston; on a

$$P_n = P_n \frac{V+v}{V+v}$$

$$= P_n \frac{V}{V+v} + P_n \frac{v}{V+v}.$$

Le poids $P_n \frac{v}{V+v}$ étant retiré par le $(n+1)^{\text{ième}}$ coup de piston, il reste dans le récipient un poids

$$P_{n+1} = P_n \frac{V}{V+v}.$$

En faisant n successivement égal à 0, 1, 2, 3, ..., n, on aura

$$P_1 = P_0 \frac{V}{V+v},$$

$$P_2 = P_1 \frac{V}{V+v},$$

$$\dots\dots\dots\dots,$$

$$P_{n-1} = P_{n-2} \frac{V}{V+v},$$

$$P_n = P_{n-1} \frac{V}{V+v};$$

en multipliant membre à membre et simplifiant, on trouve

$$P_n = P_0 \left(\frac{V}{V+v}\right)^n,$$

P_0 étant le poids de l'air dans le récipient avant la manœuvre du piston.

Le poids P_n occupant primitivement un volume $V\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ à la pression H, après le $n^{ième}$ coup de piston, il occupe un volume V à la pression H_n, la température étant supposée constante. On a donc, en vertu de la loi de Mariotte,

$$V\left(\frac{V}{V+v}\right)^n H = VH_n$$

ou

$$H_n = H \times \left(\frac{V}{V+v}\right)^n.$$

PROBLÈMES SUR LA MACHINE DE COMPRESSION.

14. Soient :

V le volume du récipient;

v le volume du corps de pompe;

H la pression dans le récipient avant le premier coup de piston;

h la pression atmosphérique.

Le volume de l'air du récipient, au début, ramené à la pression atmosphérique, est V', tel que

$$V'h = VH.$$

Après n coups de piston, on a introduit dans le récipient un volume d'air nv, pris à la pression atmosphérique. Le volume total de l'air qui se trouve, dans le récipient, à la pression H_n, après le $n^{ième}$ coup de piston, serait $V' + nv$ à la pression atmosphérique. On a donc la relation

$$(V' + nv)\,h = VH_n,$$

d'où

$$V(H_n - H) = nvh$$

et

$$H_n = H + \frac{nv}{V}h.$$

PROBLÈMES SUR LES DILATATIONS DES CORPS.

15. Les problèmes relatifs à la dilatation linéaire des corps solides ne présentent point de difficultés. Quant aux problèmes relatifs aux dilatations cubiques dans lesquels les volumes ou les poids spécifiques des corps entrent comme éléments, les formules que nous avons données aux n°s 4, 5, 6 et 7 suffisent à tous les cas.

PROBLÈMES SUR LES CAPACITÉS CALORIFIQUES.

16. Les problèmes sur les capacités calorifiques se rapportent à des applications de la méthode des mélanges.

On s'appuie sur ce principe que la somme des quantités de chaleur perdues par une partie des corps entrant dans le mélange

est égale à la chaleur gagnée par les autres corps et représentée par elle.

Soient :

θ la température finale du mélange;

$P, P', P'', \ldots$ les poids des corps mélangés;

$C, C', C'' \ldots$ leurs capacités calorifiques;

$t, t', t'', \ldots$ leurs températures initiales.

Les quantités de chaleur perdue ou gagnée sont pour ces corps

$$PC(\theta - t), \quad P'C'(\theta - t'), \quad P''C''(\theta - t''), \quad \ldots.$$

Les valeurs négatives de ces expressions représentent les chaleurs perdues; les valeurs positives, les quantités gagnées.

On a donc

$$PC(\theta - t) + P'C'(\theta - t') + P''C''(\theta - t'') + \ldots = 0$$

ou

$$(PC + P'C' + P''C'' + \ldots)\theta = PCt + PC't' + P''C''t'',$$

qu'on écrira en notation abrégée

$$[PC]\theta = [PCt].$$

Cette équation donnera immédiatement θ, si la température finale est l'inconnue. Si l'inconnue est le poids de l'un des corps, sa capacité calorifique, ou sa température initiale, en désignant par P_n, C_n, t_n ces trois quantités relatives au corps pour lequel l'une d'elles est inconnue, et sortant des crochets les termes en P_n, C_n, t_n dans l'équation précédente, elle deviendra

$$[PC]\theta + P_nC_n\theta = [PCt] + P_nC_nt_n,$$

d'où

$$P_nC_n(\theta - t_n) = [PCt] - [PC]\theta.$$

Cette équation permettra de déterminer celle des quantités P_n, C_n, t_n qui serait inconnue.

PROBLÈMES SUR LES CHALEURS LATENTES DE FUSION ET DE VAPORISATION.

17. Les équations qui précèdent serviront également pour les problèmes sur les chaleurs latentes. Il suffira d'y introduire un terme, représentant pour chaque corps changeant d'état le nombre de calories cédées ou prises par lui dans ce changement.

PROBLÈMES SUR LES VAPEURS.

18. Les formules que nous avons établies n° 5, donnant le poids de l'air à une température et sous une pression déterminées, permettent de résoudre les questions relatives aux vapeurs, en remarquant que, à égalité de pression et de température, la densité de la vapeur d'eau est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air atmosphérique.

PROBLÈMES SUR LES MÉLANGES DE GAZ.

19. Si l'on désigne par v, v', v'' des volumes de gaz pris à des pressions h, h', h'' et introduit dans un espace V, la pression H du mélange sera donnée par l'équation

$$HV = vh + v'h' + v''h''.$$

PROBLÈMES SUR L'HYGROMÉTRIE.

20. Nous avons donné au n° 5 l'expression du poids d'un litre d'air sous la pression H et à la température t, qui est

$$a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{H}{0,760}.$$

Si cet air est humide et que f soit la tension de la vapeur d'eau, le poids d'air sec est

$$a\frac{1}{1+\alpha t'}\frac{H-f}{0,760}.$$

La densité de la vapeur d'eau étant les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air dans les mêmes conditions de pression et de température, le poids de la vapeur d'eau contenue dans ce volume d'air est

$$\frac{5}{8}\times a-\frac{1}{1+\alpha t}\frac{f}{0,760}.$$

Donc le poids total de l'air humide est

$$a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{1}{0,760}(H-f+\tfrac{5}{8}f)$$

$$=a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{H-\frac{5}{8}f}{0,760}.$$

S'il s'agit d'un autre gaz, de densité d, son poids sera, dans les mêmes conditions de température et de pression,

$$a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{(H-f)d}{0,760}.$$

Le poids de la vapeur d'eau est d'ailleurs

$$\frac{5}{8}a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{f}{0,760}.$$

Le poids de gaz humide de densité a est donc

$$a\frac{1}{1+\alpha t}\frac{(H-f)d+\frac{5}{8}f}{8,760}.$$

PROBLÈMES SUR LES CORDES VIBRANTES.

21. La formule qui donne le rapport des nombres de vibrations de deux cordes vibrant transversalement, en désignant ces

nombres de vibrations par n et n', les longueurs des cordes par l et l', leurs rayons par r et r', leurs densités par d et d', les poids tenseurs par P et P', est

$$\frac{n}{n'} = \frac{l'}{l}\,\frac{r'}{r}\sqrt{\frac{d'}{d}}\sqrt{\frac{P}{P'}}.$$

PHYSIQUE.

PROBLÈMES SUR LES POIDS SPÉCIFIQUES.

1. Le volume du tronc de pyramide a pour expression

$$V = \frac{1}{3}H(B + b + \sqrt{Bb}),$$

d'où, dans le cas présent,

$$V = \frac{1}{3} \times 67{,}25\,(1{,}83^2 + 0{,}75^2 + 1{,}83 \times 0{,}75) = 118^{mc},450.$$

La formule $P = VD$ donnera donc pour le poids demandé

$$\begin{aligned} P &= 118{,}45 \times 2{,}57 \\ &= 304^{\text{tonnes}},4165. \end{aligned}$$

2. Appelons S la surface cherchée, P le poids de la boule de verre, V son volume, R son rayon, et enfin D sa densité, nous aurons

(1) $$P = VD = \frac{4}{3}\pi R^3 D,$$

(2) $$S = 4\pi R^2;$$

des équations (1) et (2) on tire

$$S = \sqrt[3]{36\pi \frac{P^2}{D^2}} = 4^{dc},3064.$$

3. Le poids d'un cylindre de hauteur h, de diamètre d, et formé d'une matière de densité D, a pour expression

$$P = \frac{1}{4}\pi h d^2 D;$$

le poids demandé est donc

$$P = \frac{1}{4}\pi \times 0,65^2 \times 6,75 \times 2,72 = 6992^{kg},42684.$$

4. Soit x la hauteur à laquelle s'élèvera le mercure. D'une part, le volume du mercure a pour valeur $\frac{0,012}{13,6}$, et, d'autre part, ce même volume est celui d'un cylindre de $0^m,01$ de diamètre et de hauteur x.

Nous aurons donc

$$\frac{0,012}{13,6} = \frac{\pi \times 0.01 \times x}{4},$$

d'où

$$x = 0^m,1123.$$

5. Soit S la surface cherchée, exprimée en centimètres carrés, nous aurons

$$S \times 0,011 \times 19,36 = 50,$$

d'où

$$S = 234^{cq},785.$$

6. Soit S la surface cherchée, évaluée en centimètres carrés; on a

$$S \times 0,005 \times 19,36 = 30,$$

d'où

$$S = \frac{30}{0,005 \times 19,36} = 3099^{cc}.$$

7. On a, d'après la formule $P = VD$, et en désignant par x le diamètre cherché,

$$35 = \pi \frac{x^2}{4} \times 100 \times 21 = \pi x^2 . 25 . 31,$$

le centimètre étant pris pour unité.

On tire de cette équation

$$x = \sqrt{\frac{35}{1649,34}} = 0^{c},01456....$$

8. Soient P le poids du flacon vide, V son volume intérieur, D la densité du chlore; $\frac{1}{769}$ étant le poids spécifique de l'air atmosphérique, $\frac{D}{769}$ est le poids spécifique du chlore; on a les équations

$$P + V = 2020,$$

$$P + V\frac{D}{769} = 742,4,$$

$$P + V'\frac{1}{769} = 740.$$

En retranchant de la première de ces équations successivement chacune des deux autres, on aura

$$V\left(1 - \frac{D}{769}\right) = 2020 - 742,4 = 1277,6,$$

$$V\left(1 - \frac{1}{769}\right) = 2020 - 740 = 1280.$$

En divisant ces deux équations l'une par l'autre et simplifiant, on obtient celle-ci

$$\frac{769 - D}{768} = \frac{1277,6}{1280},$$

d'où l'on tire

$$D = 769 - \frac{1277,6}{1280} \times 768$$

$$= 769 - 766,56 = 2,44.$$

9. Soient P le poids de la sphère, V son volume, V' le volume du cuivre dont elle est formée, on a les équations

$$V = 500 - 430 = 70$$

et

$$8,8\,V' = 500.$$

En divisant ces équations l'une par l'autre, on a

$$\frac{V}{V'} = \frac{70 \times 8,8}{500} = \frac{616}{500};$$

donc V est plus grand que V'; donc la sphère est creuse.

De la dernière équation on déduit

$$\frac{V - V'}{V} = \frac{616 - 500}{616} = \frac{116}{616},$$

d'où

$$V - V' = \frac{116}{616} V = \frac{116}{616} \times 70 = 13,182.$$

Le volume de la cavité est donc de $13^{cc},182$.

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE.

PROBLÈME D'ARCHIMÈDE.

10. Soient V le volume de l'or et V' celui de l'argent qui forment ensemble le volume de la couronne, on a les équations

$$V + V' = 20,$$
$$19,5\,V + 10,5\,V' = 300.$$

En multipliant les deux membres de la première équation par 15, on a

$$15\,V + 15\,V' = 300.$$

En retranchant cette troisième équation de la seconde, on a

$$4,5 \times V - 4,5 \times V' = 4,5\,(V - V') = 0;$$

d'où

$$V = V' = 10.$$

La couronne est donc composée de volumes égaux d'or et d'argent; soit, en poids, 195 grammes d'or et 105 grammes d'argent.

11. Soient :

D la densité de l'aluminium,

D′ celle de l'argent,

D″ celle de l'argent par rapport à l'acide sulfurique.

On a

$$D = \frac{28}{28-18} = \frac{28}{10},$$

$$D' = D'' \times 1{,}8,$$

$$D'' = \frac{90}{90-72} = \frac{90}{18}.$$

En multipliant ces deux dernières équations l'une par l'autre, on a

$$D' = \frac{90}{18} \times 1{,}8 = \frac{90}{10}.$$

Les poids de l'argent et de l'aluminium, sous le même volume, sont entre eux comme leurs densités, soit comme

$$\frac{D'}{D} = \frac{90}{28},$$

et les valeurs v' et v de ces poids étant évidemment entre elles comme ces mêmes poids, on aura

$$\frac{v'}{v} = \frac{90}{28},$$

d'où

$$v' = v \times \frac{90}{28}.$$

Donc, si $v = 200$, $v' = 200 \times \frac{90}{28} = 3{,}214$.

CORPS LESTÉS.

12. La question proposée revient à celle-ci : quelles sont les hauteurs de quatre cylindres ayant même base et pesant tous 100 grammes, dont les densités sont respectivement

1, 13,59, 1,80, 0,9?

On a les formules

$$P' = VD$$

et

$$V = \pi r^2 h;$$

on en tire

$$P = \pi r^2 h D$$

et

$$h = \frac{P}{\pi r^2 D}.$$

Si l'on prend le décimètre pour unité de longueur et par suite le kilogramme pour unité de poids, on aura

$$h = \frac{0,1}{\pi r^2 D}.$$

D'ailleurs on donne

$$2\pi r = 1,$$

d'où l'on conclut

$$r = \frac{1}{2\pi} \text{ et } r^2 = \frac{1}{4\pi^2};$$

donc

$$h = \frac{0,4\pi}{D}.$$

Et, faisant les calculs :

Pour l'eau..... $h = 1^{dc},256$;
Pour le mercure ..... $h = 0^{dc},092$;
Pour l'acide sulfurique. $h = 0^{dc},698$;
Pour l'huile..... $h = 0^{dc},336$.

13. Appelons h, d et r la hauteur, la densité et le rayon du cylindre de bois; h', d' et r' les mêmes éléments pour le cylindre de platine, nous aurons :

Poids du cylindre de bois..... $\pi r^2 h \times d$;
Poids du cylindre de platine.... $\pi r^2 h' \times d'$;
Poids du volume d'eau déplacé.. $\pi r^2 (h + h')$.

Le principe d'Archimède donne

$$\pi r^2 hd + \pi r^2 h'd' = \pi r^2 (h + h'),$$

d'où

$$hd + h'd' = h + h'$$

et

$$h' = h\frac{1-d}{d'-1}.$$

En mettant les nombres à la place des lettres,

$$h' = 0{,}024.$$

14. Le système s'enfonce évidemment de façon qu'une partie du bois soit immergée, car le fer pèse plus que l'eau. Appelons x la hauteur immergée, exprimée en centimètres, nous aurons, d'après le principe d'Archimède,

$$1 \times 8 + 30 \times 0{,}65 = x \times 1,$$

d'où

$$x = 27^c{,}50.$$

Le centre de poussée est le centre de gravité du volume d'eau déplacé ; il est donc à $13^c{,}75$ au-dessus de la base inférieure du cylindre de fer. Cherchons la position du centre de gravité du système. Le centre de gravité du cylindre de bois est à 16 centimètres au-dessus de la base inférieure du système, et la force qui y est appliquée peut être représentée par

$$30 \times 0{,}65 = 19{,}50.$$

Le centre de gravité du cylindre de fer est à $0^c{,}5$ au-dessus de la base inférieure de ce cylindre, et la force appliquée sera représentée par 8. Appelons y la distance du centre de gravité de l'ensemble à la base inférieure, l'équation des moments sera

$$8(y - 0{,}5) = 19{,}50(16 - y),$$

d'où

$$y = 11{,}4.$$

Le centre de gravité est donc situé bien au-dessous du centre de poussée, ce qui veut dire que l'équilibre sera stable.

15. Soit B la base commune aux deux cylindres, x la quantité dont ils plongent; nous aurons, en vertu du principe d'Archimède,

$$B(0,25 \times 7,8 + 0,05 \times 21,2) = B \times x \times 13,6;$$

nous en tirons

$$x = \frac{3,01}{13,6} = 0^m,221.$$

16. Appelons P le poids du cylindre de fer, P′ le poids du cylindre de platine, r leur rapport; le principe d'Archimède donne

$$P + P' = \left(\frac{P}{7,8} + \frac{P'}{21}\right) 13,6,$$

d'où

$$r + 1 = \left(\frac{r}{7,8} + \frac{1}{21}\right) 13,6$$

et

$$r = 0,4739.$$

CORPS FLOTTANTS.

17. Soient x le volume de la partie de la sphère plongée dans le mercure et y celui de la partie plongée dans l'eau. Le poids total du fer est

$$(x + y)\, 7,8.$$

Le poids de mercure déplacé par la partie x est $x \times 13,6$; le poids de l'eau déplacée par l'autre partie y est y. La sphère étant en équilibre, la somme des poids des liquides déplacés doit être égale au poids même de la sphère, ce qui donne

$$(x + y)\, 7,8 = x \times 13,6 + y;$$

d'où

$$\left(\frac{x}{y} + 1\right) 7,8 = \frac{x}{y} \times 13,6 + 1$$

et

$$\frac{x}{y} = 1,1724,$$

ou bien

$$\frac{x}{y} = 0,8529.$$

18. J'appelle x le rayon intérieur de cette sphère, le décimètre étant pris pour unité de longueur.

Son volume extérieur est $\frac{4}{3}\pi$.

Le poids du mercure déplacé est donc $\frac{4}{3}\pi \times 13,6$.

Le volume de la masse de platine est la différence entre le volume extérieur et le volume intérieur de la sphère. Il est donc $\frac{4}{3}\pi(1 - x^3)$, et son poids $\frac{4}{3}\pi(1 - x^3)\,21,5$.

Égalant le poids du platine au poids du mercure déplacé, on aura l'équation

$$\frac{4}{3}\pi \times 13,6 = \frac{4}{3}\pi(1 - x^3)\,21,5,$$

ou bien

$$13,6 = 21,5 - x^3 \times 21,5,$$

d'où

$$x = \sqrt[3]{\frac{21,5 - 13,6}{21,5}} = \sqrt[3]{\frac{7,9}{21,5}} = 0^m,0716.$$

On aura donc pour la valeur de l'épaisseur

$$0,1 - 0,0716 = 0^m,0284.$$

PESÉES. — CORRECTION DE LA PERTE DE POIDS. MESURE DES DENSITÉS.

19. Dans l'air, le poids réel de la boule étant 100 grammes, la perte de poids est

$$V \times 1,293,$$

V désignant son volume ; le poids réel du laiton étant 99 grammes, la perte du poids qu'il éprouve est

$$\frac{0,099}{8,393} \times 1,293.$$

On aura donc l'équation

$$100 - V \times 1,293 = 99 - \frac{0,099}{8,393} \times 1,293,$$

d'où l'on déduit

$$V = 1^{\text{lit}},008.$$

20. Appelons P le poids réel du platine, p le poids réel de la cire, nous aurons, d'après les mêmes raisonnements que nous venons de faire au problème précédent,

$$\frac{P}{22}(22000 - 1,3) = \frac{p}{0,96}(960 - 1,3),$$

d'où

$$\frac{P}{p} = \frac{22}{0,96} \times \frac{958,7}{21998,7} = 0,998704.$$

21. Le volume d'or est égal à $\frac{3}{19,5}$ décimètres cubes; appelons x son poids apparent dans l'air; le volume d'air déplacé est de $\frac{3}{19,5}$ litres, pesant

$$\frac{3}{19,5} \times 1^{\text{gr}},293,$$

en sorte que, si les poids étaient placés dans le vide, le morceau d'or étant placé dans l'air, on aurait pour poids

$$\left(\frac{3}{19,5} \times 19,500 - \frac{3}{19,5} \times 1^{\text{gr}},293\right).$$

Mais les poids x sont dans l'air; le volume de ces poids est $\frac{x}{8,4}$; le poids de l'air qu'ils déplacent est donc

$$\frac{x}{8,4} \times 1^{\text{gr}},293;$$

le poids dans l'air du poids x inscrit sur les poids est donc

$$100^{\text{o}}\, x - \frac{x}{8,4} \times 1,293.$$

Il y a équilibre entre les poids, dans l'air, de l'or et du cuivre; on aura donc

$$\frac{3}{19,5}\times 19,500-\frac{3}{19,5}\times 1,293=\frac{x}{8,4}\times 8400-\frac{x}{8,4}\times 1,293.$$

$$x=3^{kg},00027.$$

Pour la pesée dans l'eau, les poids x sont dans les mêmes conditions que pour la pesée dans l'air; quant au métal, le fluide qu'il déplace, au lieu de peser par litre 1^{gr} 293, pèse 1000 grammes, c'est-à-dire que le poids d'eau déplacé est de

$$\frac{3}{19,5}\times 1^{gr},000.$$

L'équation à résoudre sera donc la suivante :

$$\frac{3}{19,5}\times 19,500-\frac{3}{19,5}\times 1000=\frac{y}{8,4}\times 8400-\frac{y}{8,4}\times 1,293,$$

d'où

$$y=2^{kg},84660.$$

22. La perte dans l'air étant $7^{gr},215$, elle sera dans l'azote de

$$7,215\times 0,972=7^{gr},013$$

et dans le chlore de

$$7,215\times 2,470=17^{gr},821.$$

23. Soient P le poids du corps dans le vide, A son poids dans l'eau, B son poids dans l'air, C son poids dans le liquide, Δ sa densité, δ la densité de l'air, δ' la densité du liquide, V le volume du corps.

On a la relation

$$P=V\Delta.$$

Le poids du corps dans l'eau a pour expression

$$P-V=P\left(1-\frac{1}{\Delta}\right),$$

dans l'air

$$P-V\delta=P\left(1-\frac{\delta}{\Delta}\right),$$

dans le liquide

$$P - V\delta' = P\left(1 - \frac{\delta'}{\Delta}\right);$$

on a donc les trois équations

$$(1) \qquad P\left(1 - \frac{1}{\Delta}\right) = A,$$

$$(2) \qquad P\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right) = B,$$

$$(3) \qquad P\left(1 - \frac{\delta'}{\Delta}\right) = C.$$

En divisant membre à membre la première de ces trois équations successivement par chacune des deux autres, on a

$$(4) \qquad \frac{\Delta - 1}{\Delta - \delta} = \frac{A}{B},$$

$$(5) \qquad \frac{\Delta - 1}{\Delta - \delta'} = \frac{A}{C}.$$

L'équation (4), résolue par rapport à Δ, donne

$$(6) \qquad \Delta = \frac{B - A\delta}{B - A}.$$

Éliminant Δ entre (5) et (6), et résolvant par rapport à δ', on a

$$(7) \qquad \delta' = \frac{B - C}{B - A} + \frac{C - A}{B - A}\,\delta.$$

Appliquant à ces valeurs de Δ et δ' les données de l'énoncé, et effectuant les opérations indiquées, on trouvera

$$\Delta = 4{,}796 \text{ et } \delta' = 0{,}1979.$$

24. A 0° et dans le vide, 500 décimètres cubes de bois pèsent

$$500 \times 0{,}87 = 435^{kg}.$$

A 0° et sous $0^m{,}760$ de pression, 500 décimètres cubes d'air pèsent

$$500 \times 1^{gr}{,}293 = 0^{kg}{,}6465.$$

Le poids du bois dans l'air à 0° sera donc

$$435 - 0{,}6465 = 434^{kg}{,}3535.$$

25. Le litre ou décimètre cube d'eau pèse 1 kilogramme, le décimètre cube de bois pèse donc $0^{kg},6$, d'où l'on déduit que 1 kilogramme de bois occupe un nombre de décimètres cubes exprimé par $\frac{10}{6}$. Par suite, 100 kilogrammes de bois occuperont, en décimètres cubes, le volume

$$100 \times \frac{10}{6}.$$

Tel sera, en litres, le volume d'air déplacé. D'après le principe d'Archimède, la perte de poids due à la poussée de l'air sera alors

$$\frac{1000}{6} \times 1^{gr},293.$$

On trouve ainsi pour cette perte de poids $215^{gr},500$.

26. Pour la première partie de l'énoncé, la perte absolue de poids du corps ne dépend que de son volume et non de sa densité. Ce volume est 3 litres. Donc le poids d'air déplacé est

$$3 \times 1,293 = 3,879,$$

et l'on a

Perte absolue de poids $3^{gr},879$.

Mais, si l'on veut évaluer la perte relative, on divisera ce poids 3,879 par le poids total du corps $3000 \times 0,9 = 2700^{gr}$ et l'on aura

$$\text{Perte relative } \frac{3,879}{2700} = \frac{431}{300000} \text{ du poids total.}$$

Pour résoudre la seconde partie, supposons les poids dans le plateau A, le corps dans le plateau B; nous évaluons l'erreur commise par kilogramme; supposons donc le poids du plateau A marqué 1 kilogramme. Ce poids a un volume de $\frac{1}{21}$ de litre. Donc la poussée de l'air qui s'exerce de bas en haut sur le poids est, en grammes, $\frac{1}{21} \times 1,293$.

Soit maintenant P kilogrammes le poids réel du corps placé dans le plateau B. Son volume est $\frac{P}{D} = \frac{P}{1,2}$ litres; donc le poids

de l'air déplacé est $\frac{P}{1,2} \times 1^{gr},293$. En réduisant tout en grammes, on a l'équation

$$1000 - \frac{1}{21} \times 1,293 = 1000\,P - \frac{P}{1,2} \times 1,293$$
$$= P\left(1000 - \frac{1}{1,2} \times 1,293\right),$$

d'où

$$P = \frac{1000 - \frac{1}{21} \times 1,293}{1000 - \frac{1}{1,2} \times 1,293} = \frac{1000 - 0,06157}{1000 - 1,07750}$$
$$= \frac{999,93843}{998,92250} = 1^{kg},001017.$$

Or le poids marqué est 1 kilogramme; donc on commet, *en trop*, par kilogramme, une erreur de $1^{gr},017$.

ARÉOMÈTRES.

27. Soient p le poids de l'aréomètre, V son volume jusqu'au point d'affleurement; on a, dans l'eau,

$$V = p + 20 \text{ grammes},$$

dans le liquide dont la densité est 1,45

$$V \times 1,45 = p + 50^{gr};$$

d'où l'on tire

$$V = 66^{cc},666,$$
$$p = 46^{gr},666,$$

et, par suite, on a dans le liquide dont la densité est inconnue

$$66^{cc},666 \times x = 46^{gr},666 + 35^{gr},$$
$$x = 1,225.$$

28. La dissolution salée est telle que l'aréomètre s'enfonce jusqu'à la 15e division; soit x sa densité, et soit K le rapport du vo-

lume V au volume v d'une division : d'après l'énoncé du problème, on a

$$V = (V - 66v)\,1{,}8,$$

$$K = (K - 66)\,1{,}8,$$

d'où l'on tire

$$K = 148{,}5.$$

D'autre part, on aura

$$(K - 66)\,1{,}8 = (K - 15)\,x,$$

d'où

$$x = 1{,}1123.$$

PESÉES. — CORRECTION DE LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

29. L'air sous la pression de 735 millimètres a pour densité, d'après la loi de Mariotte,

$$1^{gr},293 \times \frac{735}{760}.$$

Cela posé, le volume occupé par 150 grammes, poids réel du mercure, est $\frac{0{,}150}{13{,}596}$, exprimé en litres; le poids d'air déplacé par ce volume de mercure est

$$\frac{0{,}150}{13{,}596} \times 1{,}293 \times \frac{735}{760}, \text{ en grammes.}$$

Par suite, 150 grammes de mercure ne paraissent peser que

$$150^{gr} - \frac{0{,}150}{13{,}596} \times 1{,}293 \times \frac{735}{760}, \text{ en grammes.}$$

Appelons x le poids demandé exprimé en kilogrammes; la perte de ce poids en laiton, dans l'air, est de

$$\frac{x}{8{,}39} \times 1{,}293 \times \frac{735}{760}, \text{ en grammes;}$$

par conséquent, leur poids apparent est seulement de

$$1000\,x - \frac{x}{8,39} \times 1,293 \times \frac{735}{760}, \text{ en grammes.}$$

L'équilibre doit exister entre les deux poids apparents dans l'air; nous aurons donc, pour déterminer x, l'équation suivante :

$$1000x - \frac{x}{8,39} \times 1,293 \times \frac{735}{760} = 150 - \frac{0,150}{13,596} \times 1,293 \times \frac{735}{760},$$

d'où l'on tire

$$x = 150^{gr},00856.$$

30. 1° La densité du gaz est égale à

$$\frac{157,235 - 152,475}{168,386 - 152,475} = \frac{4,760}{15,911} = 0,29916.$$

2° Les poids ci-dessus du gaz et de l'air pris sous les pressions $0^m,74$ et $0^m,77$, rapportés à la pression 0,76, seraient

$$\frac{4.760 \times 74}{76} \text{ et } \frac{15,911 \times 77}{76};$$

La densité serait donc, dans le second cas,

$$\frac{4,760}{15,911} \times \frac{74}{77} = 0,2875.$$

AÉROSTATS.

31. Le volume du ballon

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3;$$

le poids du gaz qu'il contient, ayant pour densité 0,5, sera

$$P = VD = \frac{4}{3}\pi R^3 \times 0,5 \times 1^{gr},293;$$

le poids de l'air déplacé est d'ailleurs

$$P' = \frac{4}{3}\pi R^3 \times 1^{gr},293.$$

La force ascensionnelle serait $P - P'$, si l'on négligeait le poids de l'enveloppe; calculons ce poids. La surface de l'enveloppe est $4\pi R^2$, son poids

$$4\pi R^2 \times 0^{gr},3;$$

puisque son poids est $0^{gr},3$ par mètre carré, on a donc pour la force ascensionnelle

$$F = P - P' - 4\pi R^2 \times 0^{gr},3,$$

et, mettant à la place de R sa valeur numérique,

$$F = 1143^{kg},346.$$

32. La force ascensionnelle du ballon est la différence entre le poids de l'air déplacé et le poids du ballon.

Le volume du ballon est

$$\frac{4}{3}\pi \times 125 = 523^{mc},600 = 523600^{dc}.$$

Le poids de l'air déplacé sera

$$523600 \times 1,3 = 680^{kg},680;$$

celui du gaz gonflant le ballon sera

$$680^{kg},680 \times 0,069 = 46^{kg},967.$$

Si nous négligeons le poids de l'enveloppe, qui n'est pas indiqué dans l'énoncé, on aura pour la force ascensionnelle

$$680^{kg},680 - 46^{kg},967 = 633^{kg},713.$$

33. Soit x le poids d'un centimètre carré de l'enveloppe, nous aurons :

Poids de l'enveloppe.. $= 4\pi \times 20^2 \times x$;

Poids de l'air déplacé. $= \frac{4}{3}\pi \times 2^3 \times 1,293 = 43^{gr},307$;

Poids de l'hydrogène.. $= \frac{4}{3}\pi \times 2^3 \times 1,293 \times 0,0693 = 2^{gr},988$.

On aura donc

$$5^{gr} = 43^{gr},307 - 2^{gr},988 - 4\pi \times 20^2 \times x,$$

d'où

$$x = \frac{35,319}{5024} = 0^{gr},007.$$

Le poids par mètre carré sera de 70 grammes.

34. En désignant par R le rayon exprimé en mètres du ballon, supposé sphérique, la surface de ce ballon sera représentée par $4\pi R^2$. On aura donc

$$(1) \qquad 4\pi R^2 \times 0,2 = 80, \quad \text{d'où} \quad R = \frac{10}{\sqrt{\pi}}.$$

D'après cela, le volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ du ballon sera représenté, en mètres cubes, par

$$V = \frac{4000}{3\sqrt{\pi}}.$$

Or la force ascensionnelle F est la différence entre la poussée de l'air et le poids du ballon. On aura donc en kilogrammes

$$F = V \times 1,293 - V \times 0,068 \times 1,293 - 80,$$

ou

$$F = V \times 1^{gr},293 \times 0,932 - 80.$$

Remplaçant V par sa valeur, on trouve

$$F = 826^{kg},521.$$

35. Appelons x l'épaisseur du ballon; le poids de l'enveloppe sera, en grammes,

$$4\pi R^2 x \times 0,9 \times 1000;$$

celui de l'hydrogène contenu dans le ballon sera

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \times 0,0692 \times 1,3;$$

celui de l'air déplacé,

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \times 1,3,$$

et enfin la force ascensionnelle, 2 grammes; ce qui donne

$$4\pi R^2 \times x \times 0,9 \times 1000$$
$$+\frac{4}{3}\pi R^3 \times 0,0692 \times 1,3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \times 1,3 + 2;$$

d'où

$$x = 0^{mm},09405.$$

PESÉES. — CORRECTIONS DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA PRESSION.

36. Le volume du cuivre à 15° est, en centimètres cubes,

$$\frac{426}{8,878}\left(1 + \frac{15}{19466}\right);$$

par conséquent il subit, par son immersion dans l'eau, une perte de poids de

$$\frac{426}{8,878}\left(1 + \frac{15}{19466}\right) \times 0,9991 = 47^{gr},977.$$

37. L'effort à faire sera la différence entre le poids du cuivre et le poids de l'eau déplacée. Le poids du cuivre s'obtient en multipliant son volume à 0° par sa densité à 0°.

Volume du cuivre à 0°... $\pi \times \overline{0,04}^2 \times 0,05 = 215^{cc},327.$

Poids du cuivre..... $215,327 \times 8,8 = 1894^{gr},878.$

Le poids de l'eau s'obtient en multipliant le volume du cuivre à 20° par la densité de l'eau à 20°.

Volume du cuivre à 20°... $215,327\left(1 + \frac{3+20}{58100}\right) = 21^{cc},554.$

Poids de l'eau..... $21,554 \times 0,998215 = 21^{gr},512.$

L'effort à faire sera donc

$$1894^{gr},878 - 21,512 = 1873,366.$$

38. Soit V le volume du corps pesé; les pertes de poids dans

les fluides étant les poids des volumes des fluides déplacés, on aura

$$V \times 1,524 = 1^{gr},15.$$

La perte de poids dans l'air est donc

$$\frac{1,15}{1,524} = 0^{gr},7545;$$

la perte de poids dans l'hydrogène,

$$\frac{1,15}{1,524} \times 0,069 = 0^{gr},05206.$$

39. Le corps perd de son poids dans l'air un poids égal à celui du gaz déplacé.

Soit donc V son volume, le poids de ce volume de gaz est

$$1543,253 - 1541,227 = 2,026;$$

le poids du volume V d'air sera

$$1543,253 - 1542,154 = 1,099.$$

Les pesées étant faites dans les mêmes conditions de température et de pression, le rapport de la densité du gaz à celle de l'air est donc

$$\frac{2.026}{1,099} = 1,843.$$

Si l'expérience s'est faite à 0° et sous la pression $0^{m},760$, le litre d'air pesant dans ces conditions $1^{gr},293$, le volume du corps est

$$\frac{1,099}{1,293} = 0^{lit},850.$$

40. Appelons V le volume occupé par le verre à la température t, la pression étant H. La perte du poids P que ce volume de verre subira dans l'air sec sera

$$P = V \times \frac{1,293}{1 + \alpha t} \times \frac{H}{760}.$$

A 0°, le volume du verre serait

$$\frac{20}{2,19},$$

et à 20°

$$\frac{20}{2,49}\left(1+\frac{20}{38700}\right).$$

Remplaçant V par sa valeur et mettant les nombres à la place des lettres, on a

$$P=\frac{20}{2,49}\left(1+\frac{20}{38700}\right)\times\frac{1,293}{1+20\times 0,00367}\times\frac{74}{76}=9^{gr},427.$$

41. Le volume V du corps exprimé en litres est

$$\frac{6,327}{1,293}=4^{lit},893\,;$$

la perte subie dans l'air à 15° et sous la pression $1^{m},25$ est le poids d'un volume V d'air pris dans ces mêmes conditions, soit

$$p=\frac{6,327}{1+15\times 0,00366}\times\frac{125}{76}=9^{gr},865.$$

42. La perte de poids dans l'air à 10°,8 est

$$5,182\times\frac{1,293}{1+10,8\times 0,00366}=6^{gr},446.$$

Dans l'air, à 25°,13, elle sera calculée de même, et l'on aura

$$5,182\times\frac{1+\frac{25,13}{2400}}{1+\frac{10,8}{2400}}\times\frac{1,293}{1+25,13\times 0,00366}=6^{gr},172.$$

43. D'une manière générale, si d et d' sont les densités du platine et du mercure à une température donnée, l'effort qu'il faudra faire pour soutenir un morceau de platine dans du mercure sera égal à la différence du poids du platine et de celui du volume de mercure déplacé; celui-ci sera

$$p\times\frac{d'}{d}\,;$$

l'effort f sera donc

$$f=p\left(1-\frac{d'}{d}\right).$$

Dans le cas considéré, on aura donc

$$f = 10\left\{1 - \frac{\dfrac{13.59}{1+30\times\frac{1}{5550}}}{\dfrac{22}{1+30\times\frac{1}{36300}}}\right\} = 3^{kg},849.$$

44. La densité du platine, étant 22 à 0°, sera à 20°

$$\frac{22}{1+\dfrac{20}{38700}};$$

donc 1 décimètre cube de platine pèse à 20°

$$\left(\frac{22}{1+\dfrac{20}{38700}}\right)^{g}$$

et 1 kilogramme occupe un volume égal à

$$\frac{\dfrac{1}{22}}{1+\dfrac{20}{38700}} = 0^{dc},0909.$$

Ce kilogramme déplace un volume d'air égal au sien, soit $0^{dc},0909$; la perte de poids du volume d'air déplacé est donc de

$$\frac{1.293}{1+20\times 0,00366}\times 0,0909 = 0^{gr},05475.$$

45. Soient V le volume du corps, D sa densité, D′ la densité du second liquide, α son coefficient de dilatation; nous aurons d'abord

(1) $$VD = 32^{gr}.$$

Le poids du corps, moins celui du volume de l'eau déplacée, est 26 grammes; donc on a

$$VD - V = 26^{gr}$$

ou

(2) $$V(D-1)\,26^{gr}.$$

Divisant (1) par (2), on obtient

$$\frac{D}{D-1}=\frac{32}{26}=\frac{16}{13} \quad \text{et} \quad D=\frac{16}{3}.$$

On en conclut

$$V\times\frac{16}{3}=32,$$

soit

$$V=6^{cc}.$$

Le poids du corps, moins celui du volume du second liquide déplacé, est 24 grammes; donc

$$VD-VD'=24,$$

d'où

$$D'=\frac{4}{3}.$$

Enfin, à 20°, la densité du second liquide est devenue

$$\frac{D'}{1+20\alpha}.$$

On sait donc que

$$VD-V\frac{D'}{1+20\alpha}=24,4,$$

ou

$$32-\frac{6\times\frac{4}{3}}{1+20\alpha}=24,4;$$

donc

$$\alpha=\frac{1}{3800}.$$

46. A 0° et à $0^m,76$, le volume d'air déplacé par le cube pèse, en grammes,

$$125\times 1,293;$$

à 60° et à $0^m,76$, ce même volume pèse

$$125\times\frac{1,293}{1+60\times 0,00366}.$$

A 0° et à $0^m,76$, le volume de l'air déplacé par le parallélipipède pèse, en grammes,

$$56 \times 1,293;$$

à 60° et à $0^m,76$, ce même volume pèse

$$56 \times \frac{1,293}{1+60 \times 0,00366}.$$

La perte de poids éprouvée par le cube étant plus forte que celle éprouvée par le parallélipipède, il en résulte que le bras qui porte le parallélipipède baissera, et que l'équilibre sera rétabli en mettant de l'autre côté un poids P égal à

$$\frac{1.293}{1+60 \times 0,00366}(125-56),$$

ou

$$1,293 \times 1,2196 \times 69 = 73^{gr},152.$$

47. Le problème revient à trouver, à 20° et sous $0^m,74$ de pression, le poids d'une sphère d'acide carbonique de $0^m,1$ de rayon à 0°, le coefficient de dilatation de la substance de la sphère étant égal à $\frac{1}{38700}$. Prenons pour unité le poids de 1 litre, soit 1 décimètre cube d'air, l'unité de longueur sera le décimètre.

Cela posé, le volume de la sphère, étant, à 0°, $\frac{4}{3}\pi$, sera à 20°

$$\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{20}{38700}\right).$$

Le poids de ce volume d'air sec serait, à 0° et sous $0^m,76$,

$$\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{20}{38700}\right) \times 1,293;$$

à 0° et sous $0^m,74$, il serait

$$\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{20}{38700}\right) \times 1,293 \times \frac{74}{76};$$

enfin, à 20° et sous $0^m,74$, il serait

$$\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{20}{38700}\right) \times 1,293 \times \frac{74}{76}\left(\frac{1}{1+20\alpha}\right).$$

Le poids d'acide carbonique à 20° et sous $0^m,74$ sera donc

$$P = \frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{20}{38700}\right) \times 1,293 \times \frac{74}{76}\left(\frac{1}{1+20\alpha}\right) \times 1,52 = 7^{gr},4715.$$

AÉROSTATS. — CONDITIONS DE TEMPÉRATURE ET DE PRESSION.

48. Si le ballon est en équilibre, le poids de son enveloppe, plus celui du gaz contenu, est égal à celui de l'air déplacé.

Appelons R le rayon du ballon en mètres, le poids de l'enveloppe vaudra

$$4\pi R^2 \times 240^{gr}.$$

Le poids du gaz sera

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \times 1{,}293 \times \frac{1}{1+20\times 0{,}00367} \times 0{,}559.$$

Le poids de l'air sera

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \times 1{,}293 \times \frac{1}{1+20\times 0{,}00367},$$

d'où l'équation

$$4\pi R^2 \times 240 + \tfrac{4}{3}\pi R^3 \times 1293^{gr} \times \frac{1}{1+20\times 0{,}00367} \times 0{,}559$$

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 \times 1293^{gr} \times \frac{1}{1+20\times 0{,}00367}.$$

En divisant par $4\pi R^2$, il vient, en réduisant,

$$R \times 1293\,(1 - 0{,}559) = 3\,(1 + 20 \times 0{,}00367) \times 240),$$

d'où l'on tire

$$R = 0^m{,}135.$$

CORPS LESTÉS ET ARÉOMÈTRES. — CONDITIONS DE TEMPÉRATURE ET DE PRESSION.

49. Soit x la fraction demandée, nous aurons, en appliquant le principe d'Archimède,

$$x = \frac{3}{4} \times \frac{1{,}00179}{1 + 20 \times \frac{1}{38700}} = 0{,}75095.$$

Paris. — Imp. Gauthier-

Les pressions par centimètre carré au-dessous du piston extrémité inférieure du tube doivent être les mêmes. Si nous désignons par H la hauteur à laquelle le liquide s'élè- dans le tube, exprimée en décimètres, nous aurons

$$\frac{H}{\pi \times 5^2} = \frac{200^{kg}}{\pi\,(30^2 - 5^2)},$$

$$H\frac{200 \times 25}{900 - 25} = 0^m,572.$$

53. Le niveau primitif du mercure baisse de x dans une anche et s'élève de x dans l'autre ; on a donc une colonne de ercure de hauteur $2\,x$, qui fait équilibre à $0^m,1$ d'eau ; donc

$$2\,x \times 13,59 = 0,1,$$

où

$$x = 0,00367.$$

54. $1^m,42$ du liquide A fait équilibre à $0^m,175$ de mercure. Ap- elant x la densité de A par rapport au mercure, la loi des vases mmuniquants donne

$$1^m,42 \times x = 0^m,175, \quad \text{d'où} \quad x = 0,123.$$

Appelant x_1 sa densité par rapport à l'eau, celle du mercure ant égale à 13,596, on a

$$x_1 = 13,596, \quad \text{d'où} \quad x_1 = 1,674.$$

55. Les hauteurs des deux liquides dans les vases communi- uants au-dessus du plan de séparation de ces liquides sont en aison inverse de leurs densités ; on a donc

$$\frac{x}{0,15} = \frac{13,59}{0,78}, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{13,59 \times 0,15}{0,78} = 2^m,61.$$

a hauteur cherchée est donc $2^m,61$.

56. Le tuyau, depuis le niveau du sol jusqu'au niveau du li- quide dans la mine, a $98^m,25$. Nous aurons donc, quand on aura rempli l'intervalle d'eau douce, deux vases communiquants, l'un,

de $98^m,25$ de hauteur, rempli d'eau de densité 1; l'autre, de x^m de hauteur, rempli d'un liquide de densité 1,3.

Nous aurons donc

$$\frac{x}{1} = \frac{98,25}{1,3},$$

d'où

$$x = 75,58.$$

PRESSE HYDRAULIQUE.

57. Soient D et d les diamètres des deux pistons. Le volume d'eau introduit par le petit piston, après sept coups, est égal à

$$\frac{\pi d^2}{4} \times 2 \times 7;$$

ce qui donne pour la hauteur dont l'eau s'est élevée dans le grand piston

$$h = \frac{\frac{\pi d^2}{4} \times 2 \times 7}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{d^2 \times 2 \times 7}{D^2}.$$

Faisons

$$D = 4^{déc},$$

$$d = 0^{déc},3;$$

on trouve

$$h = 7^{mm},9.$$

En second lieu, la pression par décimètre carré sur la surface du petit piston est, en kilogrammes,

$$\frac{100}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}.$$

La pression totale sur le grand piston sera donc de

$$\frac{100}{\frac{\pi d^2}{4}} \times \frac{\pi D^2}{4} = 100 \times \frac{D^2}{d^2} = 1777^{kg},777.$$

58. Les sections des corps de pompe sont 20 centimètres cubes et 300 centimètres cubes. Sur 300 centimètres cubes on exerce une pression de 200 kilogrammes, soit par centimètre carré $\frac{2}{3}$ de kilogramme; la pression à exercer sur le petit piston pour maintenir le grand piston dans sa position est donc de

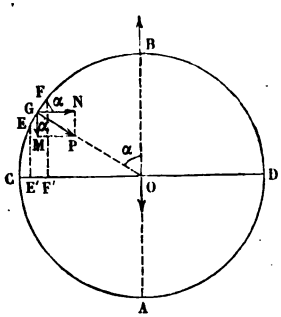
$$\frac{2}{3} \times 20^{kg} = 13^{kg},33.$$

PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

59. La pression demandée est égale au poids d'une colonne de mercure ayant pour base un décimètre carré ou 100 centimètres carrés, et pour hauteur 76 centimètres. On a donc pour cette pression, exprimée en grammes,

$$100 \times 76 \times 13,59 = 103284^{gr}.$$

60. Pour faciliter le langage, supposons horizontal le cercle de raccordement CD des deux hémisphères, et supposons en outre que l'hémisphère inférieur soit fixé en A. EF étant un élément de la surface supérieure, la pression normale GP qui s'exerce sur cet élément se décompose en deux, dont l'une GM, perpendiculaire à CD, égale GP cos α et dont l'autre GN horizontale est détruite par la composante analogue provenant de l'élément symétrique à EF par rapport à AB. Les composantes horizontales se détruisant, il ne reste que les composantes perpendiculaires à CD. Celles-ci, par raison de symétrie, se composent deux à deux et donnent des résultantes dirigées suivant OA.



D'autre part, la projection E'F' de l'élément EF est égale au produit de cet élément par cos α. Si donc E'F' est une certaine fraction de EF, GM est la même fraction de GP. Il en résulte que deux éléments égaux du cercle CD et de la surface sphérique supportent la même pression. La pression totale qui s'exerce sur le cercle CD est donc égale au poids d'une colonne de mercure ayant pour base ce cercle et pour hauteur $7^{déc},6$. Cette pression peut être considérée comme s'exerçant en O, dans le sens OA; l'effort pour séparer les deux hémisphères lui sera égal et devra s'exercer en B dans le sens OB. Il sera

$$\pi R^2 \times 7,6 \times 13,6 = 324^{kg},7.$$

LOI DE MARIOTTE.

61. 1er *cas.* — Soit x la pression extérieure et y la pression de l'air intérieur.

La pression extérieure sera égale à la pression de l'air intérieur, augmentée du poids de la colonne de mercure, colonne qui a $0^m,50$ de hauteur, puisque, la cuvette étant très-large, son niveau peut être supposé invariable. On aura donc

$$x = y + 0,50;$$

or, d'après la loi de Mariotte, on a

$$\frac{y}{0,76} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2,$$

d'où

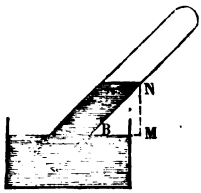
$$y = 2 \times 0,76 = 1^m,52,$$

et par suite

$$x = 1^m,52 + 0^m,50 = 2^m,02.$$

2e *cas.* — La hauteur de colonne de mercure est NM, distance du niveau actuel au niveau primitif.

Or MN fait partie du triangle rectangle MNB, qui est isoscèle, parce que l'angle NBM est égal à 45°. On a donc



$$2\,\overline{NM}^2 = \overline{NB}^2 = 0{,}50^2,$$

d'où

$$NM = \frac{0{,}50}{\sqrt{2}} = \frac{0^m{,}50\sqrt{2}}{2} = 0^m{,}354.$$

On aura donc

$$x = 1{,}52 + 0{,}354 = 1^m{,}874.$$

62. Soit S la section du tube exprimée en centimètres carrés; la même masse de gaz se trouve successivement :

1° Sous un volume de 1 litre, soit 1000 centimètres cubes et à la pression de $0^m{,}76$;

2° Sous un volume de $(1000 + 50 \times S)^{cc}$ à une pression égale à la différence entre la pression atmosphérique et la hauteur du mercure dans le baromètre. Cette hauteur est donc

$$(77 - 50)^c = 27^c.$$

La loi de Mariotte donne

$$1000 \times 76 = (1000 + 50\,S) \times 27,$$

d'où l'on tire

$$S = \frac{1000\,(76 - 27)}{50 \times 27} = \frac{1000 \times 49}{50 \times 27}.$$

Soit D le diamètre cherché; on a

$$\frac{\pi\,D^2}{4} = S = \frac{1000 \times 49}{50 \times 27},$$

d'où

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 49 \times 1000}{50 \times 27 \times \pi}} = 6^c{,}8.$$

63. Soit x la pression atmosphérique cherchée et h la pression

primitive de l'air dans la chambre barométrique. Cette pression h, augmentée de 560^{mm} de mercure, faisait d'abord équilibre à la pression atmosphérique; d'où l'équation

$$(1) \qquad x = h + 560;$$

quand le volume de la chambre a été doublé, la pression y est devenue $\frac{h}{2}$; on a donc eu alors

$$x = \frac{h}{2} + 655 \quad \text{ou} \quad 2x = h + 1310;$$

si de cette équation on retranche l'équation (1), il vient

$$x = 1310 - 560 = 750^{mm}.$$

Donc la pression extérieure est de 750 millimètres.

64. Appelons pour un instant K la hauteur occupée par l'air à la fin de l'expérience, h la dénivellation entre les deux branches, et l le reste de la longueur du tube de 1 mètre; puisqu'au commencement il n'y avait que $0^{m},75$ de mercure dans le premier tube, et qu'après l'ouverture du robinet ce mercure se répand dans les deux tubes, de même section d'ailleurs, nous aurons

$$2l + h = 75^{c},$$
$$l + h + K = 100^{c},$$
$$K(75 - h) = 25 \times 75.$$

La troisième équation est l'expression de la loi de Mariotte appliquée à la même masse de gaz, sous des pressions différentes.

On tire de là

$$h = 100 \pm \sqrt{10000 - 5625};$$

rejetant pour h la valeur plus grande que 1 mètre, on obtient

$$h = 100 - 66,143 = 33^{c},857.$$

65. La pression qui s'exerce dans le tube pour faire équilibre à la somme de la pression x exercée extérieurement sur la cuvette et de la pression atmosphérique se compose de la pression due à

la compression du volume d'air primitif et du poids de la colonne mercurielle, dont la hauteur est 1520 millimètres.

Soient V le volume primitif de l'air contenu dans le tube, et V' son volume réduit. En appelant P la pression exercée par le volume V', et en admettant que 760 millimètres est la pression atmosphérique moyenne, on a, d'après la loi de Mariotte,

$$\frac{P}{760} = \frac{V}{V'};$$

mais

$$\frac{V}{V'} = \frac{2280}{2280 - 1520};$$

donc

$$P = 760 \times \frac{2280}{2280 - 1520} = 760 \times \frac{2280}{760} = 2280^{mm}.$$

La pression due à l'ascension du mercure dans le tube est représentée par la hauteur de la colonne montée, c'est à-dire par 1520 millimètres.

On a donc, d'après la remarque faite en commençant,

$$x + 760 = P + 1520,$$

d'où

$$x = P + 1520 - 760 = 2280 + 670 = 3040^{mm}.$$

66. Le tube ayant un diamètre 10 fois moindre que le cylindre a une section 100 fois plus petite : la hauteur occupée par le même volume de mercure sera donc 100 fois plus considérable dans le tube que dans le cylindre; ce qui occupait 10 centimètres de hauteur dans le cylindre va en occuper 1000 dans le tube, en sorte que la différence de niveau entre les deux branches sera de 1000 centimètres plus une fois l'abaissement du mercure dans le cylindre, soit 1010 centimètres; la pression supportée par l'air du cylindre sera donc accrue de $\frac{1010}{76}$ atmosphères.

Comme la pression atmosphérique représente $1^{kg},033$ par centimètre carré, il s'ensuit que l'air du cylindre a augmenté sa pression sur le mercure, par centimètre carré, de

$$\frac{1010}{76} \times 1,033^{kg},$$

et sur la surface entière, qui est

$$\frac{1}{4}\pi d^2 = \frac{1}{4}\pi \times 100^{cc},$$

de

$$\frac{1010}{76} \times 1,033 \times \frac{1}{4}\pi \times 100 = 1078^{kg},196.$$

Pour calculer le poids d'air introduit, remarquons que la densité de l'air, d'après la loi de Mariotte, varie proportionnellement à la pression; cela posé, à la fin de l'expérience, le volume d'air existant dans le cylindre est de

$$\frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 \times 25^{cc};$$

son poids par centimètre cube,

$$0^{gr},001293 \times \frac{1010}{76}.$$

Il y a donc dans le cylindre, à la fin de l'expérience,

$$\frac{1}{4}\pi \times 2500 \times 0,001293 \times \frac{1010}{76} \text{ grammes d'air.}$$

Au début, le cylindre renfermait

$$\frac{1}{4}\pi \times 100 \times 15 \times 0,001293 \text{ grammes d'air.}$$

Le poids d'air introduit est la différence entre ces deux poids; c'est donc

$$\frac{1}{4}\pi \times 0,001293 \times 100 \left(25 \times \frac{1010}{76} - 15\right) = 249^{gr},571.$$

67. Soit x la pression cherchée. La même masse d'air se trouve, dans le premier cas, occupant un volume de 1540 centimètres cubes à la pression x; dans le deuxième cas, occupant un volume de $(1540 + 50 \times 30)$ centimètres cubes, soit 3040 centimètres cubes à la pression $(76 - 50)$ centimètres, soit 26.

En lui appliquant la loi de Mariotte, on aura donc

$$1540 \times x = 3040 \times 26,$$

d'où

$$x = \frac{3040 \times 26}{1540} = 51^{c},32.$$

68. Soit V le volume cherché. On a la même masse de gaz à deux états différents, savoir : 1° occupant le volume V sous la pression 77 centimètres; 2° occupant le volume V plus la partie du baromètre qui n'est pas remplie par le mercure et dont le volume est

$$(90 - 48) \times 20^{cc} = 1000^{cc}.$$

Quant à la pression dans le deuxième cas, elle est la différence entre la pression atmosphérique 75 centimètres et la hauteur du mercure dans le baromètre, celle-ci étant de 40 centimètres: c'est-à-dire que la pression est de 35 centimètres. La loi de Mariotte donne

$$V \times 77 = (V + 1000)\,35,$$

d'où l'on tire

$$V = \frac{35000}{77 - 35} = 833^{cc},333.$$

CONDITIONS DE TEMPÉRATURE.

69. Au sommet de la cheminée et à l'intérieur s'exerce la pression atmosphérique, diminuée du poids d'une colonne d'air de 69 mètres de hauteur à 100°.

Appelant D la densité de l'air, le poids de cette colonne d'air par unité de surface est

$$\frac{D \times 69}{1 + 100 \times 0,00366} \times \frac{74}{76},$$

cet air étant pris à la pression extérieure 0,74 avant d'être chauffé et introduit dans la cheminée.

A la même hauteur, hors de la cheminée, s'exerce la même pression atmosphérique, moins le poids d'une colonne d'air, de

même hauteur que la cheminée, à 7° et sous la pression $0^m,74$; le poids de cette colonne d'air par unité de surface sera

$$\frac{D \times 69}{1 + 7 \times 0,00366} \times \frac{74}{76}.$$

La pression de bas en haut à l'orifice de la cheminée est la différence entre les poids de ces deux colonnes d'air ; elle est donc

$$P = D \times 69 \times \frac{74}{76} \left(\frac{1}{1 + 7 \times 0,00366} - \frac{1}{1 + 100 \times 0,00366} \right),$$

Nous avons ainsi, en grammes, en faisant $D = 1,293$,

$$P = 21^{gr},1074 \text{ par décimètre carré.}$$

Pour exprimer cette pression en millimètres de mercure, il suffit de chercher quelle serait la hauteur x d'un cylindre de mercure ayant pour hauteur x, pour base 1 décimètre carré et pesant $21^{gr},1074$; cette hauteur est donnée par l'équation

$$1 \times x \times 13,59 = 0,0211074,$$

et x est exprimé en décimètres

$$x = \frac{0,0211074}{13,59} = 0^{mm},155.$$

70. Appelons V_t le volume à 4° et V_t' le volume à 30°, t et t' les températures correspondantes, H et H' les pressions, enfin α le coefficient de dilatation des gaz, nous aurons

$$\frac{V}{V_t'} = \frac{(1 + \alpha t)\, H'}{(1 + \alpha t')\, H},$$

d'où nous tirons

$$V_t' = 0^{lit},3775.$$

71. Les 25 centimètres cubes d'air à 100° occuperaient sous la pression $0^m,76$ un volume

$$25^{cc}\,(1 + 100 \times 0,00367) = 25 \times 1,367.$$

Au lieu de cela, le gaz remplit le ballon, dont le volume est devenu

$$250 \left(1 + \frac{100}{38700} \right),$$

soit

$$250 \times \frac{388}{387};$$

la pression x sera donc, d'après la loi de Mariotte, donnée par l'équation

$$25 \times 1,367 \times 0,76 = 250 \times \frac{388}{387} \times x,$$

d'où

$$x = 103^{mm},624.$$

72. Si la pression restait la même, à 0°, les 3 mètres cubes de gaz occuperaient un volume

$$V = \frac{3}{1 + 20 \times 0,00367} = \frac{3}{1,0734},$$

mais la pression devient 4 atmosphères ; d'après la loi de Mariotte, on aura donc un volume

$$V_1 = \frac{V \times 75}{4 \times 76} = \frac{3 \times 75}{1,0734 \times 4 \times 76} = 0^{mc},689521.$$

73. Il n'y a pas à tenir compte de l'air qui se trouve déjà dans le récipient, puisqu'il est à la pression de l'air extérieur. Soit H la pression de l'air que nous devrons introduire, exprimée en centimètres de mercure ;

$$\frac{H + 13,5}{1000}$$

sera, en kilogrammes, la pression qu'exercera cet air par centimètre carré. On devra donc avoir

$$32 \times \frac{H \times 13,5}{1000} = 25,$$

d'où l'on conclut

$$H = \frac{25000}{32 \times 13,5} = 578^{mm},7.$$

Il reste à trouver le poids P de 10 litres d'air à 30° et à la pression H ; ce poids est donné par la formule

$$P = \frac{10 \times 1,293}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{578,7}{760} = 8^{gr},869.$$

DIVERS PROBLÈMES

SUR LE PRINCIPE D'ARCHIMÈDE ET LA LOI DE MARIOTTE AVEC CONDITIONS DE TEMPÉRATURE.

74. Soient x le poids additionnel placé évidemment du côté de la petite boule, p et p' les poids des deux boules, R et R' leurs rayons exprimés en décimètres.

Dans le premier cas, on aura

$$(1) \qquad p - \frac{4}{3}\pi R^3 \times 1^{gr},293 = p' - \frac{4}{3}\pi R'^3 \times 1^{gr},293;$$

dans le second cas,

$$(2) \qquad p + x - \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{1^{gr},293}{1 + 30 \times 0,00367} \times \frac{74}{76}$$
$$= p' - \frac{4}{3}\pi R'^2 \times \frac{1^{gr},293}{1 + 30 \times 0,00367} \times \frac{74}{76}.$$

En retranchant les équations (1) et (2) l'une de l'autre, on obtient

$$x = \frac{4}{3}\pi 1,293 \left(1 - \frac{1}{1 + 30 \times 0,00367} \times \frac{74}{76}\right)\left(R'^3 - R^3\right).$$

Enfin, remplaçant les lettres par leurs valeurs,

$$x = 2^{gr},785.$$

75. A 0° et sous $0^m,76$, le ballon perd dans l'air

$$\frac{4}{3}\pi \times 1,293;$$

dans les mêmes conditions, le platine perd

$$\frac{3}{22} \times 1^{gr},293.$$

A 30° et sous $0^m,74$, le volume du ballon est

$$\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{30}{38700}\right)=\frac{4}{3}\pi\times\frac{1291}{1290}, \text{ en décimètres cubes;}$$

dans les mêmes conditions, le volume du platine est

$$\frac{3}{22}\left(1+\frac{30}{38700}\right)=\frac{3}{22}\times\frac{1291}{1290};$$

la perte du poids du ballon est

$$\frac{4}{3}\pi\times\frac{1291}{1290}\times 1,293\times\frac{74}{76}\times\frac{1}{1+30\times 0,00367};$$

celle du platine est, de son côté, égale à

$$\frac{3}{22}\times\frac{1291}{1290}\times\frac{74}{76}\times\frac{1}{1+30\times 0\ 00367}.$$

La différence entre les pertes de poids du ballon est donc

$$(1)\qquad \frac{4}{3}\pi\times 1,293\left(1-\frac{74}{76}\times\frac{1291}{1290}\times\frac{1}{1,1101}\right).$$

La différence entre les pertes de poids du platine est d'ailleurs

$$(2)\qquad \frac{3}{22}\times 1,293\left(1-\frac{74}{76}\times\frac{1291}{1290}\times\frac{1}{1,1101}\right).$$

Par suite du changement, le ballon perd plus que le platine; donc l'équilibre est détruit : la balance trébuche du côté du platine; il faut donc, du côté du ballon, ajouter un poids égal dans le vide à (1) — (2), soit

$$\left(\frac{4}{3}\pi-\frac{3}{22}\right)1,293\times 0,1222062=0^{gr},64033,$$

ou bien dans l'air, à 30° et sous la pression de $0^m,74$,

$$0,64033\left(1+\frac{1}{22000}\times\frac{74}{76}\times\frac{1291}{1290}\times\frac{1}{1,1101}\right)=0^{gr},64036.$$

76. Pour une masse de gaz occupant un volume V sous la pression H et à la température t, on a, d'après la loi de Mariotte,

$$\frac{VH}{1+\alpha t}=\text{const.}$$

On peut remplacer V par le rapport $\frac{P}{D}$ du poids à la densité, et, comme le poids ne change pas, il s'ensuit

$$\frac{H}{D(1+\alpha t)} = \text{const.}$$

La densité du gaz dans les conditions données est

$$\frac{7,529}{5} = 1,506.$$

Appliquons cette formule à la première question posée; nous aurons, en désignant par x la densité du gaz à 0° et sous la pression $0^m,76$,

$$\frac{760}{x} = \frac{745}{1,506\,(1+15,2\times 0,00366)},$$

d'où

$$x = 1,622.$$

Le poids de 5 litres de gaz à 0° et sous la pression 760 millimètres est donc

$$1,622\times 5 = 8^{gr},110.$$

Cherchons de même la densité du gaz à 25°,4 et à la pression 0,65; en l'appelant x', nous aurons

$$\frac{650}{x'(1+25,4\times 0,00366)} = \frac{760}{1,622},$$

d'où

$$x' = 1,269.$$

Et le poids de 5 litres de gaz, dans ces conditions, est

$$1,269\times 5 = 6^{gr},345.$$

77. Les densités des liquides dans deux vases communiquants sont en raison inverse des hauteurs; donc

$$d = \frac{1,15}{3,17} = 0,488.$$

En second lieu, la hauteur du liquide, de $3^m,17$ à 10°, deviendrait, à 25°, égale à

$$3,17\,\frac{\left(1+\frac{25}{6000}\right)}{\left(1+\frac{10}{6000}\right)}=3^m,1779.$$

CORRECTIONS BAROMÉTRIQUES.

78. Si nous faisons abstraction de la dilatation du métal de l'échelle, la lecture H_t faite à t_0 correspond à une lecture H_0 faite à 0° exprimée par

$$H_0=\frac{H_t}{1+\frac{t}{5550}}.$$

On aura donc, pour la lecture faite à — 6°,

$$H'_0=\frac{755}{1-\frac{6}{5550}}=755^{mm},8;$$

pour la lecture faite à 15°,

$$H''_0=\frac{755}{1+\frac{15}{5550}}=753^{mm}.$$

79. Un centimètre de longueur de mercure à 0° représente, à 10°, une longueur de

$$1^c\left(1+\frac{10}{5550}\right);$$

d'ailleurs un centimètre de longueur de l'échelle graduée à 0° représente à 10°

$$1^c\left(1+\frac{10}{5430}\right).$$

La valeur réelle de l'indication à 10° par centimètre sera donc de

$$1 \times \frac{\left(1 + \frac{10}{5550}\right)}{\left(1 + \frac{10}{5430}\right)}.$$

La hauteur $0^m,77$ correspondra donc à une lecture, faite à 10°, de

$$77 \times \frac{\left(1 + \frac{10}{5550}\right)}{\left(1 + \frac{10}{5430}\right)} = 76,9969.$$

80. Ramenons à 0° les deux observations; elles deviennent

$$\frac{0,77}{1 + \frac{25}{5550}},$$

$$\frac{0,76}{1 + \frac{5}{5550}}.$$

Leur rapport est donc

$$\frac{\frac{0,77}{1 + \frac{25}{5550}}}{\frac{0,76}{1 + \frac{25}{5550}}} = \frac{0,77}{0,76} \times \frac{1111}{1116} = 1,0095.$$

81. Soit h la hauteur de la colonne barométrique ramenée à 0°, et h' la pression de l'air qui entoure le baromètre à 30°; on aura entre les volumes et les pressions la relation

$$\frac{V_t}{V_{t'}} = \frac{1 + \alpha' \frac{h'}{h}}{1 + \alpha t'},$$

α désignant le coefficient de dilatation des gaz. Remplaçant dans

cette formule les lettres par leurs valeurs, et tirant la valeur de h', on aura

$$h' = h\frac{1 + 30 \times 0{,}00366}{1 + 13 \times 0{,}00366} = 0^{m},80520.$$

A cause de la dilatation du mercure, cette pression sera représentée par une colonne mercurielle d'une hauteur

$$H = h'\left(1 + \frac{30}{5550}\right) = 809^{mm},6.$$

MACHINE PNEUMATIQUE.

82. Soit V le volume du récipient, V' le volume du corps de pompe, H la pression initiale dans le récipient, H_n la pression après n coups de piston, nous aurons la relation

$$H_n = \left(\frac{V}{V + V'}\right)^n H.$$

Les quantités de gaz contenues dans le même volume sont proportionnelles aux pressions qu'elles supportent; faisons $n = 9$, nous aurons d'abord

$$H_n = \left(\frac{12}{13}\right)^9 H.$$

Il ne reste donc plus dans le récipient que les $\left(\frac{12}{13}\right)^9$ du gaz qui y était contenu primitivement, soit

$$\left(\frac{12}{13}\right)^9 = 0{,}48656.$$

83. Soient H la pression atmosphérique, V le volume du récipient, K le rapport de la somme des volumes du corps de pompe au volume du récipient; après la première ascension du piston, la pression sera devenue

$$H \times \frac{1}{1 + K};$$

après 2 coups,

$$H\left(\frac{1}{1+K}\right)^2;$$

après n coups, elle sera

$$H\left(\frac{1}{1+K}\right)^n.$$

On veut avoir

$$760^m\left(\frac{1}{1+\frac{1}{4}}\right)^n = 3,$$

équation qui donne pour n

$$n = 24,8.$$

84. Appelons P le poids d'air contenu primitivement dans le récipient, V son volume, V′ celui du corps de pompe; on aura enlevé au premier coup de piston

$$P\frac{V}{V+V'};$$

il reste donc

$$P\left(1-\frac{V}{V+V'}\right) = P\times\frac{V}{V+V'}.$$

On aura enlevé au deuxième coup de piston

$$P\times\frac{V}{V+V'}\times\frac{V}{V+V'};$$

il restera donc

$$P\left(\frac{V}{V+V'}\right)^2,$$

et ainsi de suite; après 20 coups de piston, il restera donc un poids donné par la formule

$$p = P\left(\frac{V}{V+V'}\right)^{20},$$

et dans l'exemple donné

$$p = 1,293\left(\frac{3}{3,25}\right)^{20} = 0^{gr},78248.$$

85. Soient V le volume du récipient, V′ celui du corps de

pompe, H, H_1, H_2,... la pression initiale et celles qui existent après 1, 2,... coups de piston. Au premier coup de piston, le volume devient $V+V'$; la pression H_1 sera donc d'abord la loi de Mariotte

$$H_1 = \frac{V}{V+V'} \times H.$$

Après le deuxième coup de piston, le volume V, à la pression H_1, devient $V+V'$; la pression H_2 sera

$$H_2 = H_1 \times \frac{V}{V+V'} = H\left(\frac{V}{V+V'}\right)^2;$$

et ainsi de suite. Après n coups de piston, la pression sera donc égale à

$$H_n = \left(\frac{V}{V+V}\right)^n H.$$

On donne ici

$$V = 1, \quad V = \frac{1}{4};$$

on veut que H′ soit au plus égale à $\frac{1}{180}$ H; posant

$$\frac{H_n}{H} = \frac{1}{180}$$

et calculant la valeur de n, on trouve

$$n = 23,2;$$

prenant le nombre entier immédiatement supérieur, il faut au moins 24 coups de piston.

86. Soient respectivement V et V′ les volumes du récipient et du corps de pompe, H la force élastique initiale de l'air contenu dans le corps de pompe, et H_n la force élastique de ce même gaz après n coups de piston. On a

$$H_n = \left(\frac{V}{V+V'}\right)^n H.$$

L'inconnue est ici $x = \frac{V'}{V}$. On aura donc

$$H_n = \left(\frac{1}{1+x}\right)^n H.$$

Prenant les logarithmes, il vient

$$\log(1+x) = \frac{\log H - \log H_n}{n}.$$

$$\text{Ici} \quad H = 0{,}76, \quad H_n = 0{,}30, \quad n = 4.$$

On trouve

$$1 + x = 1{,}2616,$$

d'où

$$x = 0{,}2616.$$

MÀCHINE DE COMPRESSION.

87. Appelons x la pression inconnue, à l'origine. Après le premier coup de piston, elle devient

$$x + \frac{76}{4};$$

après le deuxième,

$$x + \frac{76}{4} \times 2,$$

et, après le quatrième,

$$x + 4 \times \frac{76}{4}.$$

On a donc, d'après l'énoncé,

$$x + 76 = 150,$$

d'où

$$x = 150 - 76 = 74^c.$$

88. Soient représentés par 137 parties le volume primitif de l'air de l'éprouvette et par 25 parties son volume final. D'après la loi de Mariotte, la pression de cet air sous son volume final est

$$\frac{137}{25} = 5^{atm},48.$$

Le gaz du récipient supporte, outre cette pression, la pres-

sion $\frac{41}{76}$ d'atmosphère, par suite de la différence de niveau dans les deux branches de l'éprouvette. La masse d'air contenue dans le récipient ayant varié, comme la pression, est devenue

$$\left(5,48 + \frac{41}{76}\right)$$

fois plus grande, soit

6 fois 019

la masse primitive.

89. Après le premier coup de piston, la pression dans le réservoir d'air est de

$$0^m,75 \times \frac{20}{22};$$

après le deuxième coup de piston, elle devient

$$0^m,75 \times \left(\frac{20}{22}\right)^2 = 0^m,6198.$$

Dans le vase, après le premier coup de piston, la pression est

$$0^m,75 \times \frac{7}{5};$$

pour avoir la pression après le deuxième coup de piston, remarquons qu'un volume 2 de gaz, à la pression

$$0^m,75 \times \frac{20}{22},$$

est introduit dans un espace représenté par 5 et ajoute sa pression à celle qui y existait, soit

$$0^m,75 \times \frac{2}{5} \times \frac{20}{22},$$

La pression définitive dans le vase est donc

$$0^m,75 \times \frac{7}{5} + 0^m,75 \times \frac{2}{5} \times \frac{20}{22} = 1^m,3227.$$

CHALEUR

THERMOMÈTRE.

90. Appelons R le rayon de la boule du thermomètre, r le rayon de la tige, l la longueur d'un degré, Δ le coefficient de dilatation apparente du mercure ; nous aurons

$$\pi r^2 l = \frac{4}{3} \pi R^3 \Delta,$$

$$l = \frac{4}{3} \frac{R^3 \Delta}{r^2};$$

et, mettant les nombres à la place des lettres,

$$l = 0^m,0098.$$

91. Si n représente le nombre de divisions occupées par le liquide à 20°, on aura

$$6480 \left(1 + \frac{20}{2000}\right) = (6480 + n)\left(1 + \frac{20}{38700}\right),$$

d'où l'on tire

$$n = 61,4.$$

92. Appelons T_c et T_f les indications des thermomètres centigrades et Fahrenheit, on a la formule

$$T_c = (T_f - 32)\frac{5}{9};$$

dans le cas présent,

$$T_f - 32 = 38;$$

donc

$$T_c = 21°,11.$$

93. Le thermomètre vide pèse 15 grammes ; la boule remplie,

il pèse 45 grammes; quand 1 décimètre de tube est rempli, il pèse 46 grammes; donc le poids qui remplit la boule est de 30 grammes, et le poids du mercure contenu dans 1 décimètre du tube est 1 gramme.

Puisque le gramme est choisi pour unité de poids, le centimètre sera l'unité de longueur, et nous aurons

$$Vd = \frac{4}{3}\pi R^3 d = 30;$$

d'où l'on conclut les éléments de la boule

$$V = 2^{cc},20750$$

et

$$R = 0^c,80767;$$

pour le tube,

$$vd = \pi r^2 hd = 1^{gr}.$$

Les divisions étant des millimètres, v correspond à 100 divisions, et, en appelant v_1 le volume de l'une d'elles,

$$v_1 = 0^{cc},00073583,$$

$$r = 0^c,048396.$$

94. Pour résoudre le problème, nous prendrons l'accroissement apparent de volume dans chaque thermomètre pour 1°, nous l'égalerons au volume d'un cylindre ayant pour hauteur la hauteur d'un degré dans ce thermomètre, et pour diamètre le diamètre dilaté du tube.

Nous tirerons de là les valeurs des longueurs du degré dans chaque thermomètre et nous prendrons le rapport.

Appelons x_1 et x les longueurs du degré dans les deux instruments, y_1 et y les hauteurs de mercure existant à la même température (celle où l'on a pris les dimensions des thermomètres), depuis la boule jusqu'au haut de la colonne; nous aurons

$$\left(\frac{1}{3}\pi \times 0,0075^3 + \frac{1}{4}\pi \times 0,0025^2 \times y\right)\left(\frac{1}{5550} - \frac{1}{38700}\right)$$
$$= \frac{1}{4}\pi \times 0,0025^2\left(1 + \frac{3}{38700}\right)^2 x,$$

$$\left(\frac{1}{3}\pi\times 0{,}0058^3+\frac{1}{4}\pi\times 0{,}0018^2\times y_1\right)\left(\frac{1}{5550}-\frac{1}{38700}\right)$$
$$=\frac{1}{4}\pi\times 0{,}0018^2\left(1+\frac{3}{38700}\right)^2 x;$$

d'où l'on tire le rapport

$$\frac{x}{x_1}=\frac{0{,}0075^3+2\times 0{,}0025^2\,y}{0{,}0058^3+2\times 0{,}0018^2 y_1}=\frac{0{,}0018^2}{0{,}0025^2},$$

calcul qu'on effectuera quand on connaîtra y_1 et y, que ne donne pas l'énoncé.

95. 80 degrés Réaumur équivalent à 180 degrés Fahrenheit; donc 25 degrés Réaumur équivaudront à

$$\left(\frac{180}{80}\times 25\right)\text{ degrés Fahrenheit,}$$

ou 56°,25. Ajoutant 32 degrés que ce thermomètre marque dans la glace fondante, on voit que l'indication du Fahrenheit, qui équivaut à 25 degrés Réaumur, est 88°,25.

De même 100 degrés centigrades équivalent à 180 degrés Fahrenheit; donc 30 degrés centigrades équivaudront à

$$\left(\frac{180}{100}\times 30\right)\text{ degrés Fahrenheit,}$$

ou 54 degrés de ce thermomètre. En ajoutant 32°, on aura l'indication du Fahrenheit qui correspond à 30 degrés centigrades, c'est-à-dire 86 degrés.

96. Soient x cette division et d le volume d'une division à 0. Le volume de x divisions est à 20°

$$d\,(x+6480)\left(1+\frac{2}{3870}\right).$$

Ce volume sera celui du liquide à 20°.

Or ce liquide avait à 0 un volume de 6480 d.

Son volume à 20 degrés sera donc

$$6480\,d\left(1+\frac{20}{2000}\right)=6480\,d\left(1+\frac{1}{100}\right).$$

De là l'équation

$$d\,(x+6480)\left(1+\frac{2}{3870}\right)=6480\,d\times 1{,}01,$$

d'où l'on tire

$$(x+6480)\,3872=6480\times 1{,}01\times 3870,$$

d'où

$$x=\frac{6480\times 1{,}01\times 3870-6480\times 3872}{3872}=61^{\circ},3.$$

DILATATION DES SOLIDES.

97. On appliquera la formule

$$\frac{l_t}{l_t'}=\frac{1+Kt}{1+Kt'},$$

d'où l'on tire

$$K=\frac{l_t-l_t'}{tl_t'-t'l_t},$$

et, mettant les chiffres à la place des lettres,

$$K=0{,}0036364.$$

98. Puisque la barre de 3 mètres se dilate autant que celle de 5 mètres, c'est que le coefficient de la seconde est moindre que celui de la première, dans le rapport de 3 à 5. On aura donc, en appelant x le coefficient de dilatation de la seconde,

$$x=\frac{3}{5}\times\frac{1}{754}=\frac{3}{3770}.$$

99. Appelons K le coefficient de dilatation cubique, en appliquant la formule connue

$$V_t=V_0\,(1+Kt),$$

on obtient pour K la valeur

$$K=\frac{V_t-V_0}{V_0 t};$$

et, mettant les chiffres à la place des lettres,

$$K = 0{,}004032.$$

100. La formule

$$l_t = l_0 (1 + Kt)$$

donne immédiatement

$$l_t = 2^m{,}04.$$

101. Pour 80° d'augmentation de température (100° — 20°), la longueur de la première barre augmente de

$$3 \times \frac{80}{58400};$$

celle de la seconde de

$$3 \times \frac{80}{116700}.$$

La différence de longueur des barres à 100° sera la différence entre ces allongements, soit

$$3 \times 8\left(\frac{1}{5840}\right) - \frac{1}{11670} = 0^m{,}002053.$$

102. Appelons x la longueur cherchée de la barre de zinc; pour 40° d'augmentation de température, la barre de zinc se dilatera, en longueur, de

$$\frac{x}{1 + \frac{10}{34000}} \times \frac{40}{34010} = x \times \frac{1}{851}.$$

La barre de fer se dilate, en longueur, de

$$\frac{2}{1 + \frac{10}{79500}} \times \frac{40}{79510} = \frac{8}{7951}.$$

Ces allongements étant égaux, on aura

$$\frac{x}{851} = \frac{8}{7951},$$

d'où

$$x = 0^m{,}85534.$$

103. On a approximativement, en désignant par x la longueur demandée,

$$x = 1^m,20 \times 1 + (8-10) \times \frac{1}{35100} = 1,20239.$$

104. Soient K la longueur de la barre de platine, y celle de la barre de cuivre, on aura les deux relations

$$x + y = 3,$$

$$x\left(1 + \frac{1}{1167}\right) + y\left(1 + \frac{1}{584}\right) = 3,0025,$$

d'où l'on tire

$$x = 1^m,913,$$

$$y = 1^m,086.$$

105. Soient l la longueur commune des deux règles à 0°, K et K′ les coefficients de dilatation linéaire du cuivre et du platine.

1° A 100°, les longueurs des deux règles deviennent

$$l(1 + 100\mathrm{K}),$$

$$l(1 + 100\mathrm{K}');$$

leur différence d est donc

$$d = 100l(\mathrm{K} - \mathrm{K}').$$

Remplaçant les lettres par les nombres, on trouve

$$d = 0^m,00126.$$

2° Les coefficients de dilatation superficielle sont doubles des coefficients de dilatation linéaire; ils seront donc 2K et 2K′. Soit B la base commune aux prismes des deux métaux à 100°, les bases deviennent

$$\mathrm{B}(1 + 200\mathrm{K}),$$

$$\mathrm{B}(1 + 200\mathrm{K}').$$

Le rapport est donc

$$\frac{1 + 200\mathrm{K}}{1 + 200\mathrm{K}'} = 1,00202.$$

106. Le coefficient de dilatation linéaire du verre est sensiblement égal à $\frac{1}{3 \times 38700}$. Étant donnée la longueur à 10°, pour trouver la longueur à 30°, il faut d'abord chercher la longueur à 0°

$$l_0 = \frac{l_{10}}{1 + \alpha l_{10}} = \frac{2}{1 + \frac{1}{116100} \times 10} = \frac{2 \times 116100}{116110},$$

$$l'_{30} = l_0(1 + \alpha l_{30}) = \frac{2 \times 116100}{116110}\left(1 + \frac{1}{116100} \times 30\right) = \frac{2 \times 116130}{116110};$$

d'où

$$\text{longueur à } 30° = 2^{m},0003445.$$

107. En désignant par l_0, l_{10}, l_{30} les longueurs successives en millimètres du paquet aux températures de 0°, 10°, 30°, et posant $\delta = \frac{1}{58100}$, on a

(1) $$l_{10} = l_0(1 + 10\delta),$$

(2) $$l_{30} = l_0(1 + 30\delta).$$

Le volume du paquet, à 10°, sera en millimètres cubes $4 \times l_{10}$; d'où l'on conclut, pour ce même volume à 0°, $\frac{4 \times l_0}{(1 + 10\delta)^3}$.

Mais, à cette température, ce paquet, qui pèse 15 kilogrammes, a pour densité 8,8. On a donc

(3) $$\frac{4 \times l_{10} \times 8,8}{(1 + 10\delta)^3} = 15\,000\,000.$$

(L'unité de longueur étant le millimètre, l'unité de poids est le milligramme; or 15 kilogrammes équivalent à 15 000 000 de milligrammes.)

Il n'y a donc plus qu'à éliminer l_{10} et l_0 entre les équations (1), (2) et (3). La division membre à membre de (1) et (2) donne

$$l_{10} = \frac{1 + 10\delta}{1 + 30\delta} l_{30},$$

qui, porté dans (3), conduit à

$$l_{30} = \frac{15\,000\,000}{4 \times 8,8} \frac{1(1 + 10\delta)^3(1 + 30\delta)}{1 + 10\delta}.$$

Comme δ est extrêmement petit, on peut, avec toute l'approximation exigible, poser

$$(1+10\delta)^3 = 1+30\delta,$$

$$(1+30\delta)(1+10\delta)^3 = (1+30\delta)(1+30\delta) = 1+60\delta,$$

et enfin

$$\frac{(1+30\delta)(1+10\delta)^3}{1+10\delta} = \frac{1+60\delta}{1+10\delta} = 1+50\delta.$$

On a donc finalement, pour la longueur l_{30} exprimée en millimètres,

$$l_{30} = \frac{15000000}{4\times 8,8}(1+50\delta).$$

On trouve ainsi

$$l = 426^{m},503.$$

108. La longueur l_t à t° est liée à la longueur à zéro par la relation

$$l_t = l_0(1+Kt).$$

On aura de même, à une autre température t',

$$l_t' = l_0(1+Kt'),$$

d'où

$$\frac{l_t'}{l_t} = \frac{1+Kt'}{1+Kt} = 1+K(t'-t)+\alpha K^2.$$

On a donc très-sensiblement

$$l_t = l_t[1+K(t'-t)],$$

d'où

$$l_t' - l_t = l_t K(t'-t).$$

D'après l'énoncé,

$$l_t = 170,\quad K = \frac{1}{81900},\quad t' = 30,\quad t = -15;$$

donc

$$l_t' - l_t = \frac{45\times 170}{81900} = \frac{5\times 9\times 170}{9\times 91\times 100} = \frac{17}{2,91} = 0,093.$$

L'allongement est donc d'environ 93 mètres.

109. Soient x la surface recouverte à 30° par la lame d'or, P son poids, V_{30} son volume et e_{30} son épaisseur à cette température. On aura

$$V_{30} = x \times e_{30};$$

mais

$$V_{30} = V_0(1 + 30K) = \frac{P}{D_0}(1 + 30K);$$

de même

$$e_{30} = e_0(1 + 30\delta);$$

d'où l'équation

$$\frac{P}{D_0}(1 + 30K) = x \times e_0(1 + 30\delta).$$

Le coefficient K de dilatation cubique étant sensiblement le triple du coefficient δ de dilatation linéaire, on aura

$$\frac{P}{D_0}(1 + 90\delta) = x \times e_0(1 + 30\delta),$$

d'où

$$x = \frac{1}{e_0} \times \frac{P}{D_0} \times \frac{1 + 90\delta}{1 + 30\delta},$$

et, en remplaçant les lettres par leurs valeurs données, on aura, en centimètres carrés,

$$x = 100 \times \frac{0,025}{19,362} \times \frac{0,00126}{1,00042} = 0^{cc},1292.$$

La surface recouverte à 30° par la lame d'or est donc de $0^{cq},1292$.

110. On a

$$l_t = l_0(1 + Kt),$$

d'où l'on tire

$$l_0 = \frac{l_t}{1 + Kt} = \frac{123^m,291}{1 + \frac{1}{3 \times 38700}} = 123^m,354.$$

111. Appelons x la température à laquelle les deux diamètres seront égaux, nous aurons

$$\frac{18,05\,(1+0,0000126x)}{1+0,0000126\times 10}=\frac{18\,(1+0,000017x)}{1+0,000017\times 10},$$

d'où nous tirons

$$x=429^{\circ},8.$$

112. Soient δ la différence cherchée des surfaces totales des deux cylindres, K et K′ les coefficients de dilatation du platine et du cuivre; on aura

$$\delta=2\pi R(R+h)\left[\left(\frac{1+100\,K'}{1+\ 20\,K'}\right)^2-\left(\frac{1+100\,K}{1+\ 20\,K}\right)^2\right];$$

faisant le calcul, on trouve

$$\delta=2^{cc},58.$$

113. Dans le pendule à châssis, la somme des longueurs des tiges d'acier, prises sur l'axe et d'un même côté de l'axe, surpasse la somme des tiges de laiton, prises d'un même côté de l'axe, d'une quantité égale à la longueur du pendule, et c'est par l'égalité entre les dilatations de ces deux sommes que la longueur du pendule reste invariable. Si nous désignons par x la somme des longueurs des tiges de laiton, à la température 0°, celle des tiges d'acier sera $x+0,5$, et nous devrons avoir

$$(x+0,5)\times 0,000010791=x\times 0,000018782;$$

il en résulte

$$x=\frac{0,5\times 10791}{7991}=0^{m},6752.$$

114. Appelons x le rayon du cylindre à 0° et h sa hauteur à 0°, tous deux en décimètres.

Le volume à 0° étant $\pi x^2 h$, on a

$$6=7,8\pi x^2 h.$$

L'allongement de h à 100° est

$$h\,\frac{100}{3,28200}=0^{dm},02.$$

Éliminant h, on a

$$\frac{100}{202} = 7{,}8\pi x^2,$$

d'où

$$x = \sqrt{\frac{1000}{78{,}282\pi}}$$

$$= 12^{mm},03.$$

115. Soit x l'une des dimensions horizontales de la feuille de cuivre à 0°, son volume sera $\frac{x^3}{1000}$, et son poids $\frac{x^3}{1000} \times 8{,}8$; comme on suppose ce poids égal à 1 kilogramme, on aura

$$\frac{x^3}{1000} \times 8{,}8 = 1,$$

d'où l'on tire

$$x = 4^{dc},843.$$

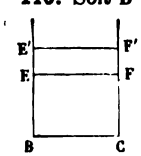
A 100°, on aura, en appelant x_1 la nouvelle dimension horizontale de la feuille,

$$\frac{x^3}{1000}\left(1 + \frac{100}{19400}\right) = \frac{x_1^3}{1000},$$

d'où l'on tire

$$x_1 = 4^{dc},8519.$$

116. Soit B la base BC du cylindre ; le volume du mercure contenu dans ce cylindre sera, à 0°,



$$B \times 0^m{,}2,$$

et, à 100°,

$$B\left(1 + \frac{100}{5550}\right) \times 0{,}2.$$

Soient x la hauteur BE' et B' la base du cylindre à 100°, le volume du verre sera

$$B'x + B(1 + 100K)x_1;$$

K étant le coéfficient de dilatation superficielle du verre ou les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{38700}$, coefficient de dilatation cubique, on a

$$K = \frac{2}{3} \times \frac{1}{38700} = \frac{1}{58050},$$

$$B \times x \left(1 + \frac{100}{58050}\right) = B \times 0{,}2 \left(1 + \frac{100}{5550}\right);$$

nous en tirerons

$$x = 0^{m},20325.$$

117. 1° Le volume du cuivre à 0° sera

$$\frac{4}{3}\pi\,(2{,}05^3 - 2^3);$$

son poids sera donc

$$8{,}8 \times \frac{4}{3}\pi\,(2{,}05^3 - 2^3) = 22674^{kg},393.$$

2° Le rayon intérieur, à 10°, sera

$$2\left(1 - \frac{10}{58100} = \frac{116180}{58100}\right) = 1{,}999;$$

sa capacité sera donc

$$\frac{4}{3}\pi\,(0{,}900)^3 = 406.$$

3° Le rayon intérieur sera, à + 30°,

$$2\left(0 + \frac{30}{58000}\right) = 2^{m},000;$$

la capacité sera donc

$$\frac{4}{3}\,\pi\,(2{,}001)^3 = 33^{mc},560.$$

118. La formule P = VD donne

$$P = \frac{1}{6} \times 3{,}1416 \times 8 \times 8{,}8 \times \frac{1955}{1950} = 36955^{k},443.$$

119. Le volume du vase à 30° est égal au poids du mercure qui le remplit, divisé par la densité du mercure à cette température

$$V_{30} = \frac{6\left(1 + \frac{30}{5550}\right)}{13,59};$$

d'ailleurs

$$V_0 = \frac{V_{30}}{1 + \frac{30}{38700}};$$

on aura donc

$$V_0 = \frac{6 \times 558 \times 3870}{13,59 \times 3873 \times 555} = 443^{cc},544.$$

120. Nous aurons

$$V = 1^m \times (1 + 3 \times 256 \times 0,000128) = 1,096.$$

121. Soient N_{10}, N_{20}, N_{30} le nombre de mesures remplies par l'eau, à 10°, 20° et 30°, nous aurons

$$N_{10} = \frac{25,0067}{0,650\left(1 + \frac{10}{17800}\right)} = 38,4502,$$

$$N_{20} = \frac{25,04475}{0,650\left(1 + \frac{20}{17800}\right)} = 38,4871,$$

$$N_{30} = \frac{25,10825}{0,650\left(1 + \frac{30}{17800}\right)} = 38,5631.$$

122. Soient V_t et D_t le volume et la densité du mercure à t^c, on aura

$$V_t \times D_t = P,$$

d'où l'on tire

$$V_t = \frac{P}{D_t} = \frac{P(1 + Kt)}{D_0};$$

Si V_0 est le volume du mercure à 0°, on aura

$$V_t = V_0(1 + K't);$$

donc, en somme,

$$V_0 = \frac{V_t}{1 + K't} = \frac{P(1 + Kt)}{D_0(1 + K't)} = 0^{\text{lit}},2217.$$

123. Soit V' le volume du corps à 24°,6 et V son volume à 10°,5; nous aurons, entre V' et V et les températures t' et t, la relation

$$\frac{V'}{V} = \frac{1 + Kt'}{1 + Kt},$$

d'où

$$V = 5752^{cc}\left(\frac{1 + 24,6 \times \frac{1}{600}}{1 + 10,5 \times \frac{1}{600}}\right)$$

(le coefficient de dilatation cubique étant triple du coefficient de dilatation linéaire).

La différence entre les volumes V' et V est

$$V' - V = 5752^{cc}\left(\frac{1 + 24,6 \times \frac{1}{600}}{1 + 10,5 \times \frac{1}{600}} - 1\right).$$

La densité à 24°,6 est égale à la densité à 0° divisée par $1 + \alpha t$; elle sera donc

$$\frac{8,24}{1 + 24,6 \times \frac{1}{600}}.$$

Le poids de la partie retranchée sera donc

$$5752\left(\frac{600 + 24,6}{600 + 1,05} - 1\right)\frac{8,24 \times 600}{600 + 24,6} = 1051^{gr},74.$$

124. A 20°, le rayon de la sphère est $0^m,35$; à 0°, il sera

$$\frac{0,035}{1 + \frac{20}{108900}}$$

et à 50°

$$\frac{0{,}035\left(1+\frac{50}{108900}\right)}{1+\frac{20}{108900}}=0^{m},03501.$$

Le volume de la sphère a pour expression $\frac{4}{3}\pi R^3$; il sera donc égal à $\frac{4}{3}\times\pi\times 0{,}03501^3=79^{cc},745873$.

125. Le volume 100^{cc} lu sur la division eût été lu de

$$100\left(1+\frac{20}{38700}\right)\text{ à } 0^{\circ}.$$

La densité du mercure à 0° est devenue à 20°

$$\frac{13{,}59}{1+\frac{20}{5550}}.$$

Le poids P cherché est donc

$$P=100\left(1+\frac{20}{38700}\right)\frac{13{,}59}{1+\frac{20}{5550}}=13{,}59\times\frac{555}{557}=\frac{1936}{1935}$$

$$=1354^{gr},820.$$

Le poids est donné en grammes, parce qu'on a pris le centimètre pour unité de longueur.

126. 1° Soit l la longueur occupée par les 100^{cc}, exprimée en centimètres; la section du tube est 4π; on aura donc

$$4\pi l=100,\quad \text{d'où}\quad l=\frac{100}{4\pi}=7^{cc},96.$$

La densité du mercure à zéro étant 13,6, le poids P des 100^{cc} de mercure à 25° sera

$$P=\frac{100\times 13{,}6}{1+\frac{25}{5550}}=1353^{gr},9.$$

127. Prenons le décimètre pour unité de longueur; appelons r le rayon de la section à 20° et x ce rayon à 0°, nous aurons

$$\pi R^2 \times \frac{13,6}{1+\frac{20}{5550}} = 0,002,$$

d'où

$$r^2 = 0^{dc},000047 \quad \text{et} \quad r = \sqrt{0,000047} = 0^{dc},0068;$$

or

$$x = \frac{r}{1+\frac{20}{338700}}.$$

On aura donc, en remplaçant r par sa valeur,

$$x = 0^{m},0006798.$$

128. Soient V_0 et V les volumes du solide à 0° et à 24°,7, on aura

$$V_0 = \frac{1}{1+\frac{15.4}{8500}} = 998^{cc},191,$$

et d'autre part

$$V = 998^{cc},191\left(1+\frac{24.7}{8500}\right) = 1^{dc},001091.$$

129. Prenant pour unité le décimètre, de sorte que le poids sera donné en kilogrammes, on a la formule

$$V = \frac{\pi D^2 H}{4} = \frac{\pi \times 5,25}{4}.$$

Le poids du cylindre est égal au produit de son volume V par la densité du cuivre à 100°, qui est

$$8,8 \times \frac{1}{1+\frac{100}{19500}} = 8,8 \times \frac{195}{196}.$$

On aura donc

$$P = \pi \times \frac{5,25}{4} \times 8,8 \times \frac{195}{196} = 36^{kg},1002.$$

130. Soit P le poids cherché, on a

$$P = VD,\ V = 15;$$

la densité du mercure à 30° est

$$\frac{13,59}{1 + \frac{1}{5550} \times 30};$$

donc

$$P = \frac{15 \times 13.59}{1 + \frac{3}{555}}.$$

P est évalué en kilogrammes, parce qu'on a pris le litre pour unité de volume :

$$P = 202^{kg},755.$$

131. Soient V le volume demandé, D la densité du mercure à 10°, on a $VD = 3^{kg},288322$.

La densité du mercure à 10° est

$$D' = \frac{13,59}{1 + \frac{1}{5550} \times 10} = 13,59 \times \frac{5550}{5560};$$

donc

$$V \times 13,59 \times \frac{5550}{5560} = 3^{kg},288322,$$

d'où

$$V = 0^{déc.\ cub.} 242^{cc} 402^{mmc}.$$

132. Soient R le rayon du tube à zéro, h la longueur de la colonne de mercure à la même température; le volume du mercure à 0° est

$$\pi R^2 h = \pi \times 1 \times 200 = 200\,\pi.$$

A 20°, le rayon du tube sera

$$R' = R\,(1 + Kt),$$

K, le coefficient de dilatation linéaire du verre, étant égal à

$$\frac{1}{38700 \times 3} = \frac{1}{116100}.$$

$$R' = 1\left(1 + \frac{1}{116100} \times 20\right);$$

d'où

$$R' = \frac{116120}{116100};$$

si l'on désigne par x la hauteur demandée à 20°, on aura, pour le volume du mercure à 20°,

$$\pi R'^2 \times x = \pi \times \frac{116120^2}{116100^2} \times x.$$

Or, d'autre part, ce volume à 0° étant 200 π, le volume à 20° sera

$$200\pi\left(1 + \frac{1}{5550} \times 20\right) = 200\pi \times \frac{5570}{5550},$$

d'où l'équation

$$\frac{116120^2}{116100^2} \times x = 200 \times \frac{5570}{5550}.$$

On en tire

$$x = \frac{200 \times 5570 \times 116100^2}{5550 \times 116120^2} = 200^{mm},651.$$

133. Le volume d'un corps est égal au quotient de son poids par sa densité. Mais la densité varie avec la température, et l'on sait qu'on a, en appelant D_0 et D_t les densités aux températures 0 et t,

$$D_t = \frac{D_0}{1 + Kt},$$

K étant le coefficient de dilatation cubique du corps.

D'autre part, on aura

$$V_t = \frac{P}{D_t} = \frac{P}{D_0}(1 + Kt),$$

P étant le poids du corps. Substituant les nombres donnés aux lettres, il vient

$$V_t = \frac{40}{13,59} \times \left(1 + \frac{100}{5550}\right).$$

Le poids ayant été évalué en kilogrammes, le volume obtenu est exprimé en litres.

En effectuant les opérations indiquées, on obtient

$$V = 2^{lit},996.$$

134. La pression cherchée se compose du poids de la colonne de mercure augmenté de la pression exercée par l'air.

Le volume de mercure contenu dans le tube cylindrique est

$$V = \pi \times \overline{0,2}^2 \times 1,5;$$

le décimètre est pris pour unité, parce que la pression, dans l'énoncé, est évaluée en kilogrammes.

Le poids P de cette colonne de mercure à 20° sera

$$P = \pi \times \overline{0,2}^2 \times 1,5 \times \frac{13,59}{1 + \frac{1}{5550} \times 20} = 2^{k\text{g}},55269.$$

La pression exercée par l'air atmosphérique est égale au poids d'une colonne de mercure dont la base est $\pi \times \overline{0,2}^2$ et la hauteur $7^d,52$.

Le poids de cette colonne est

$$\pi \times \overline{0,2}^2 \times 7,52 \times 13,59 = 12^k,84243;$$

donc la pression cherchée est égale à

$$2^k,55269 + 12^k,84243 = 15^k,39512.$$

135. Soient P le poids du mercure remplissant le ballon, D la densité de ce métal à 0°, K et K′ les coefficients de dilatation cubique du mercure et du verre, t la température à laquelle on élève le mercure et le ballon.

Le volume commun à 0° est $\frac{P}{D}$.

Le volume du mercure qui s'échappe à t° est

$$\frac{P}{D}(1 + Kt) - \frac{P}{D}(1 + K't) = \frac{P}{D}(K - K')t.$$

Pour avoir le poids de mercure sorti, il faut multiplier ce volume par la densité du mercure a t°, qui est

$$\frac{D}{1 + Kt};$$

on aura donc

$$x = \frac{PD(K - K')t}{1 + Kt}.$$

En substituant aux lettres leurs valeurs, $x = 45^{gr},482$.

136. Soient V_0 le volume du verre à 0° et V'_0 le volume du platine à la même température.

Le volume du mercure à 0° est

$$V''_0 = V_0 - V'_0;$$

le poids de mercure P_0 contenu à 0° dans le vase est

$$V''_0 \times D_0,$$

D_0 étant la densité du mercure à 0°. Donc

$$P_0 = (V_0 - V'_0)\, D_0.$$

Les volumes du verre et du platine à t° sont

$$V_t = V_0 (1 + Kt),$$
$$V'_t = V'_0 (1 + K't),$$

K étant le coefficient de dilatation cubique commun au verre et au platine.

Le volume du mercure à t° sera donc

$$V''_t = V_t - V'_t = (V_0 - V'_0)\,(1 + Kt);$$

le poids P_t de ce mercure est

$$P_t = V_t \times D_t = (V_0 - V'_0)\,(1 + Kt) \times \frac{D_0}{1 + K''_t},$$

K'' étant le coefficient de dilatation du mercure.

Le poids de mercure sorti est donc

$$P_0 - P_t = (V_0 - V'_0)\, D_0 \frac{(K'' - K)\, t}{1 + K''t} = 131^{gr},11.$$

137. Soient V_t et V'_t les volumes du verre et du platine à t°. Le volume du mercure qu'il faudra ajouter dans le vase pour le remplir sera

$$V_t - V'_t$$

et son poids

$$(V_t - V'_t)\, D_t,$$

D_t étant la densité du mercure à t°; or

$$V_t = V_0 (1 + K t),$$
$$v_t = v_0 (1 + K t),$$

en faisant observer que le coefficient de dilatation cubique du verre est le même que celui du platine.

$$D_t = \frac{D_0}{1 + K'' t}.$$

Appelant P le poids de mercure à ajouter, on aura

$$P = (V_0 - V'^0)\, D_0 \times \frac{1 + Kt}{1 + K''t},$$

soit

$$P = 3^{kg},725^{gr},75.$$

138. A zéro, le volume du réservoir est

$$\frac{\pi \times \overline{0,015}^3}{6},$$

celui de la tige est

$$\pi \times \overline{0,0005}^2 \times 0,08;$$

le volume total à 0 est donc

$$\pi\left(\frac{\overline{0,015}^3}{6} + \overline{0,0005}^2 \times 0.08\right) = 1^{cc},828 = V.$$

le volume du verre sera à 50°

$$V\left(1 + \frac{50}{38700}\right) = \frac{3875\ V}{3870};$$

celui du mercure contenu sera

$$V\left(1 + \frac{50}{5550}\right) = \frac{560\ V}{555},$$

le volume x à 50° du mercure sorti sera la différence de ces deux volumes, ou

$$x = 1^{cc},828\left(\frac{560}{555} = \frac{3875}{3870}\right) = 14,1.$$

Le poids de ce mercure sera, en milligrammes,

$$14,1 \times \frac{13,6}{1 + \frac{50}{5550}} = 190^{mgr},9.$$

139. Appelons x la température inconnue; à cette température, le volume du vase est

$$\frac{3}{13,6}\left(1+\frac{x}{38700}\right);$$

celui du mercure contenu est

$$\frac{3}{13,6}\left(1+\frac{x}{5550}\right);$$

celui du mercure sorti est

$$\frac{0,050}{13,6}\left(1+\frac{x}{5550}\right);$$

écrivant que ce dernier est la différence des précédents, il vient

$$0,050\left(1+\frac{2}{5550}\right)=3\left(1+\frac{x}{5550}\right)-3\left(1+\frac{x}{38700}\right).$$

d'où

$$x=110^{\circ},02.$$

140. Soit x le volume du vase à 0°; ce sera aussi celui du mercure qui y est contenu à cette température. Le volume x du mercure prend à 100° un accroissement égal à

$$\frac{100\,x}{5550};$$

celui du verre est

$$\frac{100\,x}{38700};$$

la différence de ces deux accroissements est le volume à 100° du mercure qui est sorti. Or 50 grammes de mercure ont à 0 un volume de

$$\frac{50}{13,6},$$

et à 100° un volume de

$$\frac{50}{13,6}\left(1+\frac{100}{5550}\right);$$

on aura donc l'équation

$$x\left(\frac{10}{555}-\frac{1}{387}\right)=\frac{50}{13,6}\left(1+\frac{100}{5550}\right),$$

d'où l'on tire

$$x=242^{cc},497.$$

141. Soient V_{10} le volume du ballon à 10°; P le poids du mercure contenu dans le ballon à cette température, D_0 la densité du mercure à zéro, D_{10} sa densité à 10°, K et K′ les coefficients de dilatation cubique du verre et du mercure; on a

$$D_{10}=\frac{D_0}{1+10\,K'},$$

$$V_{10}=\frac{P}{D_0}(1+10\,K').$$

A zéro, le volume du ballon serait donc

$$V_0=\frac{P}{D_0}\times\frac{1+10\,K'}{1+10\,K};$$

à t°, il deviendrait

$$V_t=\frac{P}{D_0}\times\frac{1+Kt}{1+10\,K}\times(1+10\,K').$$

à zéro, le volume du mercure est

$$\frac{P}{D_0},$$

à t° il deviendrait

$$\frac{P}{D_0}(1+K't).$$

Le volume du mercure qui sortirait du ballon, la température passant de 10° à t°, serait donc

$$\frac{P}{D_0}(1+K't)-\frac{P}{D_0}\times\frac{1+Kt}{1+10\,K}\times(1+10\,K'),$$

ou, toutes réductions faites,

$$\frac{P_0}{D_0}\times\frac{(K'-K)(t-10)}{1+10\,K};$$

p, étant le poids du mercure sorti, s'obtiendrait en multipliant ce dernier volume par la densité du mercure à t^o, qui est

$$\frac{D_o}{1+K't},$$

et l'on aurait

$$p = P_o \frac{(K'-K)(t-10)}{(1+K't)(1+10K)};$$

pour avoir la valeur de t correspondant à une valeur donnée de p, il faut résoudre cette équation par rapport à t, et l'on trouve

$$t = \frac{10 P_o (K'-K) + p(1+10K)}{P_o(K'-K) - p(1+10KK)}.$$

En appliquant à cette formule les données de l'énoncé, on trouvera

$$t = 51^o, 9.$$

PROBLÈMES DIVERS.

142. En appelant x le volume de l'aréomètre à 0°, son volume à 20° sera

$$x\left(1+\frac{20}{58700}\right) = \frac{3872x}{3870}.$$

Ce volume est aussi celui du liquide déplacé à cette température par l'aréomètre; le poids de ce liquide sera donc

$$\frac{3872x}{3870} \times 1,5;$$

or ce poids est égal à celui de l'aréomètre.

De là l'équation

$$\frac{3872x}{3870} \times 1,5 = 80 + 45 = 125^{gr},$$

d'où

$$x = \frac{125 \times 3870}{1,5 \times 3872} = \frac{483750}{5808} = 83^{cc},2.$$

143. Les hauteurs sont en raison inverse des densités.

La densité du mercure à 0 étant 13,6, elle sera à 300°

$$13,6 \times \frac{1}{1+\frac{30}{555}} = 13,6 \times \frac{555}{585};$$

on aura donc

$$\frac{x}{10} = \frac{585}{555},$$

d'où

$$x = \frac{5850}{555} = 10^{m},5405.$$

144. Les hauteurs du mercure dans les deux branches sont en raison inverse des poids spécifiques du mercure à 100° et à 20°.

Soit h la hauteur du mercure dans la branche contenant ce liquide à 100°, et h' la hauteur dans l'autre branche.

Soit d la densité du mercure à 0°, à 100° elle sera

$$\frac{d}{1+\frac{100}{5550}};$$

à 20°, elle sera

$$\frac{d}{1+\frac{20}{5550}} = \frac{d}{1+\frac{2}{555}};$$

on aura donc

$$\frac{h}{h'} = \frac{\dfrac{d}{1+\frac{2}{555}}}{\dfrac{d}{1+\frac{10}{555}}} = \frac{565}{557}.$$

145. Soient H la hauteur barométrique observée au lieu dont

la température est — 40°, et H′ la hauteur observée au lieu dont la température est + 50°.

La pression exercée par l'atmosphère sur une surface donnée est égale au poids d'une colonne de mercure ayant pour base cette surface et pour hauteur la hauteur barométrique observée. Le poids de cette colonne est lui-même égal à son volume multiplié par le poids spécifique du liquide. D et D′ étant donc respectivement les poids spécifiques du mercure aux températures de — 40° et de + 50°, et S et S′ étant les deux surfaces sur lesquelles on veut que les pressions soient égales, on aura

$$S \times H \times D = S' \times H' \times D'.$$

On déduit de cette égalité la valeur du rapport cherché

$$\frac{H}{H'} = \frac{S' \times D'}{S \times D}.$$

Mais, d'après une loi connue, on sait que

$$\frac{D'}{D} = \frac{1 + Kt}{1 + Kt'}.$$

Donc

$$\frac{H}{H'} \quad \text{ou} \quad x = \frac{S'}{S} \times \frac{1 + Kt}{1 + Kt'}.$$

En remplaçant les lettres par leurs valeurs numériques données, il vient

$$x = \frac{30}{20} \times \frac{1 - \frac{1}{5550} \times 40}{1 + \frac{1}{5550} \times 50},$$

ou

$$x = \frac{3}{2} \times \frac{5550 - 40}{5550 + 50} = \frac{3}{2} \times \frac{551}{560} = \frac{1653}{1120}.$$

Les deux nombres 1653 et 1120 étant premiers entre eux, cette fraction n'est susceptible d'aucune simplification.

En la réduisant en décimales jusqu'aux millièmes, on trouve

$$x = 1,484.$$

146. On a une masse de gaz qui est successivement dans les conditions suivantes : volume V_x à la température x et à la pression $0^m,76$; volume V_3 à 3° et sous la pression H'.

On a immédiatement

$$H' = 0,76 - 0,02 \times \frac{1}{1+3K} = 0^m,740011;$$

puis, pour les volumes,

$$\frac{V_x}{V_3} = \frac{1+\alpha \times 3}{1+\alpha x} \times \frac{740,011}{760} = \frac{0,20}{0,18} = \frac{10}{9}.$$

Enfin on calculera x par la formule

$$1 + \alpha x = \frac{0,20}{0,18}(1+3\alpha) \times \frac{760}{740,011},$$

d'où

$$x = 51°,76,$$

soit, à très-peu près, 42°.

DILATATION DES GAZ.

147. Appelons x le volume occupé par le gaz, dans les conditions supposées; nous aurons

$$x = 100 \times \frac{76}{65} \times \frac{1+4\alpha}{1+20\alpha} = 111^{dc},6.$$

148. Sous la pression 760^{mm}, le volume de ce gaz serait :

1° A 0°,

$$\frac{25}{1+10 \times 0,00367};$$

2° A 200°,

$$\frac{25(1+200 \times 0,00367)}{1+10 \times 0,00,367} = 41^{cc},815.$$

Nous aurons donc, en appliquant la loi de Mariotte,

$$\frac{x}{41,815} = \frac{760}{2280},$$

d'où

$$x = \frac{760 \times 41,8,5}{2280} = 13^{cc},938.$$

149. En général, V_t et V_t' étant les volumes d'une même masse de gaz à t^o et t'^o, K son coefficient de dilatation, H et H' les pressions, on aura

$$\frac{V_t}{N_t'} = \frac{1 + Kt}{1 + Kt'} \times \frac{H'}{H};$$

nous aurons donc ici, en faisant $t = x$,

$$x = 122^o,367.$$

150. Soit x le volume inconnu exprimé en litres, x sera égal au quotient de 2 grammes par le poids de 1 litre de gaz pris dans les conditions de l'énoncé.

Or ce poids est

$$\frac{1,293 \times 78 \times 1,529}{(1 + 20 \times 0,00367)\,76}.$$

Donc

$$x = \frac{2\,(1 + 20 \times 0,00367)\,76}{1,293 \times 73 \times 1,529} = 1^{lit},3.$$

151. On sait que les volumes V_t et V_t' qu'occupe une même masse de gaz aux températures t et t' (sous la même pression) sont liés par la relation

$$V_t' = V_t \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t},$$

ou, très-approximativement,

$$V_t' = V_t\,[1 + \alpha\,(t' - t)].$$

L'accroissement de volume a donc pour expression

$$V_t' - V_t = V_t\,\alpha\,(t' - t).$$

Ici

$$V_t = 8,\ \alpha = 0,00367,\quad t' - t = 15^o,$$

d'où

$$V_t' - V_t = 0^l,440.$$

152. 1° Le poids P de l'hydrogène sera égal à son volume V multiplié par sa densité par rapport à l'eau

$$\frac{0,0692}{770};$$

d'ailleurs on donne

$$V = 3 \times \frac{1}{3} R,$$

$$S = 4 \pi R^2,$$

d'où

$$R = 0,892042;$$

nous en concluons

$$P = 267^{gr},2324.$$

2° Le volume V à 15°, et sous la pression $0^m,77$, aurait eu pour poids

$$P_t = P \times \frac{0,77}{(1 + \alpha t) 0,76} = 257^{gr},2497.$$

153. Le volume du gaz, en litres, est

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 0,5^3 \times \left(1 + \frac{100}{38700}\right);$$

pour avoir son poids, il suffit de multiplier ce volume par la densité de l'air à 100° et sous $0^m,75$, qui est

$$\frac{1,293}{1 + 100 \times 0,00367} \times \frac{75}{76};$$

nous aurons donc pour le poids P

$$P = \frac{4}{3} \pi \times 0,5^3 \left(1 + \frac{1}{387}\right) \times \frac{1,293}{1,067} \times \frac{75}{76} = 0^{gr},4895.$$

154. La formule qui donne l'expression de la densité $D_{(t, H)}$ d'un gaz, à la température t° et sous la pression H, est

$$D_{(t, H)} = D \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{H}{0,760},$$

D étant la densité du gaz à la température et sous la pression normales (voir le n° 5 du *Précis*).

En faisant application de cette formule à l'oxygène et à l'hydrogène dans les conditions de l'énoncé, on aura :

1° Pour la densité de l'oxygène à la température cherchée t et sous la pression de $0^m,20$,

$$1,105 \times \frac{1}{1+0,00367\,t} \times \frac{0,20}{0,760};$$

Et 2° pour la densité de l'hydrogène à 0° et sous la pression de $2^m,60$,

$$0,069\,\frac{2,60}{0,760}.$$

La température t devant être déterminée de manière que ces deux densités soient égales, on aura donc, à cet effet, l'équation

$$1,105 \times \frac{1}{1+0,00367\,t} \times 0,20 = 0,069 \times 2,6,$$

d'où l'on tire

$$t = \frac{1,105 \times 0,2 - 0,069 \times 2,6}{0,00367 \times 0,069 \times 2,6} = 63°,18.$$

155. Le volume d'air qui s'écoule est égal à la différence entre le volume de 2 litres d'air à 100° et à la pression 0,74, soit

$$2\,(1+100\,\alpha)\,\frac{76}{74},$$

et le volume d'un ballon de verre de 2 litres à 100°, soit

$$2\,(1+100\,\mathrm{K}).$$

Ce volume est donc

$$2\left[\left(1+0,366\right)\frac{76}{74} - \left(1+\frac{1}{387}\right)\right],$$

et le poids d'air écoulé s'obtiendra en multipliant ce volume par la densité de l'air à 100° et à la pression $0^m,74$, qui est

$$1,293 \times \frac{74}{76} \times \frac{1}{1+100\,\alpha}.$$

Appelons x le poids cherché, nous aurons

$$x = 2\left(1 - \frac{1 + \frac{1}{387}}{1,366} \times \frac{74}{76}\right) \times 1,293 = 0^{gr},7395.$$

156. Soit V le volume à 0° exprimé en litres, K le coefficient de dilatation du verre, α celui du gaz; le poids de l'air qui contient le ballon à 0° est

$$V \times 1^{gr},293;$$

celui de l'air contenu à 100° dans le ballon est

$$V \times 1^{gr},293 \times \frac{1 + 100\,K}{1 + 100\,\alpha};$$

on doit donc avoir

$$V \times 1,293 - V(1 + 100\,K) \times \frac{1,293}{(1 + 100\,\alpha)},$$

d'où l'on tire

$$V = 2^{lit},70117.$$

En multipliant V par $1^{gr},293$, on a le poids d'air contenu dans le ballon à 0°; ce poids est

$$3^{gr},751.$$

157. A 100°, le ballon a pris une capacité égale à

$$2\left(1 + \frac{100}{88700}\right) = \frac{2 \times 388}{387}.$$

Pour avoir le poids du chlore sorti, il faudra donc prendre la différence entre le poids de 2 litres de chlore à 0° sous la pression $0^{m},77$, c'est-à-dire

$$2 \times \frac{2,4216 \times 1,293 \times 77}{76},$$

et le poids de $\left(\frac{2 \times 388}{387}\right)$ litres de chlore à 100° sous la pression $0^{m},77$, c'est-à-dire

$$\frac{2 \times 388}{387} \times \frac{2,4216 \times 1,293 \times 77}{76(1 + 100\,\alpha)}.$$

On a ainsi pour p

$$p = 2 \times 2{,}4216 \times 1{,}293 \times \frac{77}{76}\left(1 - \frac{388}{387 \times 1{,}367}\right) = 1^{gr},6913.$$

158. Les pressions sont en raison directe des binômes de dilatation et en raison inverse des volumes.

On a donc :

1° Pour la pression H′, dans le cas où le volume ne change pas,

$$H' = H\frac{1 + \alpha T'}{1 + \alpha T} = H[1 + \alpha(T' - T)];$$

2° Pour la pression H″, dans le cas où le volume de l'enveloppe se dilate en même temps que le gaz,

$$H'' = H\frac{(1 + KT)}{(1 + KT')}\frac{1 + \alpha T'}{1 + \alpha T} = H[1 - K(T' - T)][1 + \alpha(T' - T)].$$

159. Après leur introduction dans le ballon, les 25 centimètres cubes d'air sec, pris à la température de 0° et sous la pression de $0^{m},76$, occuperont, à la même température de 0°, un volume décuple ; d'après la loi de Mariotte, la pression du gaz sera alors 0,1 de ce qu'elle était primitivement, soit 0,076. Mais la température venant à être portée à 100°, sans que le volume du gaz change, la pression finale sera égale à

$$0{,}076\,(1 + 0{,}00367 \times 100) = 0{,}076 \times 1{,}367 = 0{,}1039.$$

160. Un volume V, litre d'air à 0° et sous la pression $0^{m},76$, pèse

$$V \times 1{,}293;$$

à t° et sous la pression H, le même volume pèse

$$V \times \frac{1{,}293}{1 + \alpha t} \times \frac{H}{760}.$$

Remplaçant les lettres par leurs valeurs dans le cas actuel, nous aurons

$$P = 0^{gr},604.$$

161. Le volume de l'espace sphérique occupé par l'air à 27° et sous la pression $0^m,74$ est représenté par

$$\frac{1}{6}\pi D^2 = 0^{mc},5236 = 523^{lit},6;$$

à la température 0° sous la même pression, il serait

$$\frac{523,6}{1+27\times 0,00367};$$

à la température 0° sous la pression de $0^m,76$,

$$\frac{523.6\times 74}{76\,(1+27\times 0,00367)};$$

si nous divisons le poids par le volume, nous obtenons la densité x, soit

$$x = \frac{616\times 76\,(1+27\times 0,00367)}{523,6\times 74} = 1,3279.$$

162. A la température 0° et sous la pression $0^m,76$, un litre d'acide carbonique pèse

$$1,293\times 1,52 = 1^{gr},976;$$

à la température t° sous la pression 77^c, il pèsera

$$1,976\times\frac{1}{1+\alpha t}\times\frac{77}{76} = 1,293;$$

d'où l'on tire

$$t = 147^{gr},13.$$

163. Le gaz qui, à 0°, occupe 1 litre, occupe, à t°, $1^{lit}(1+\alpha t)$; si donc 1 litre à 0° pesait $1^{gr},299$, à t°, 1 litre ne pèsera plus que

$$\frac{1^{gr},299}{1+\alpha t}.$$

Faisons

$$t = 12°,$$

et nous obtenons pour le poids du litre de gaz à 12°

$$1^{gr},271.$$

164. Soit x le poids d'un litre de gaz à 0° et à la pression $0^m,76$; on sait que le poids de $7^{lit},234$ de ce gaz à 12°,43 et à la pression $0^m,76$ sera donné par la formule

$$x \times 7,234 \times \frac{73}{76} \times \frac{1}{1 + 12,43\,\alpha}.$$

On aura donc

$$1465,418 - 1452,465 = 12,953,$$

$$12,953 = x \times 7,234 \times \frac{73}{76} \times \frac{1}{1 + 12,43 \times 0,00367},$$

d'où l'on tire

$$x = 1^{gr},949.$$

165. Sous la pression H et à la température t, le poids x d'un volume V d'un certain gaz dont la densité, par rapport à l'air, est d, est donné par la formule

$$x = V \times d \times 1,293 \times \frac{H}{760} \times \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Ici

$$V = 10^{dc},\ d = 1,52,\ H = 3 \times 760,\ \alpha = 0,00366 \text{ et } t = 20;$$

donc

$$x = \frac{10 \times 1,52 \times 1,293 \times 3}{1 + 0,00366 \times 20} = 54,9.$$

Le poids cherché est donc 54,9 grammes.

166. 1° Le poids P d'un volume V d'air sec sous la pression H et à la température t est exprimé en grammes par la formule

$$P = V \times 1,293 \times \frac{H}{760} \frac{1}{1 + \alpha t};$$

ici

$$V = 0,005,\ t = 15,\ H = 600,\ \alpha = 0,00367.$$

On trouve

$$P = 0^{gr},004838.$$

2° Le volume V d'une certaine masse de gaz à la température t et sous la pression H est lié au volume V′ de cette même masse à la température t' et sous la pression H′ par la relation

$$\frac{V'H'}{1+\alpha t'} = \frac{VH}{1+\alpha t}.$$

L'inconnne est ici H′, et l'on a

$$V' = 0{,}3, \quad V = 0{,}005, \quad H = 60, \quad t = 15°, \quad t' = 250.$$

Par suite, $V' = VH$, et l'on a

$$H' = \frac{1+0{,}00367.250}{1+0{,}00367.15}.$$

En effectuant le calcul, on trouve

$$H = 1^{c},8174.$$

167. La pression doit subir une augmentation x, puisque le volume a subi une dilatation par suite de l'élévation de température. Or 1 litre d'air sec à 3°,5 et sous une pression $760 + x$ pèse

$$\frac{1{,}293\,(760+x)}{(1+3{,}5\times 0{,}00367)\,760}.$$

Or ce poids doit demeurer égal à 1,293, d'où l'égalité

$$\frac{1{,}293\,(760+x)}{(1+3{,}5\times 0{,}00367)\,760} = 1{,}293.$$

On en tire

$$x = 3{,}5\times 0{,}00367\times 760 = 9^{mm},7622.$$

168. A 0°, le volume du ballon est 10^{lit} ou 10000^{cc}; à 15°, ce volume est

$$10000\left(1+\frac{15}{38700}\right) = 10000\times\frac{38715}{38700} = 10003.$$

C'est le volume d'air déplacé par le ballon.

Or à 0° ce volume d'air pèse

$$10{,}003\times 1{,}293;$$

à 15°, il pèsera

$$\frac{10003 \times 1,293}{1 + 0,00367 \times 15} = \frac{12.833.879}{1,05505} = 12^{gr},259.$$

Mais ce poids correspond à la pression 0,76 ; en passant à la pression 0,77, il deviendra

$$12259 \times \frac{77}{76} = 12^{gr},421.$$

Le poids du ballon perdra donc $12^{gr},421$.

Si la pression devenait de $0^{m},768$ et la température de 17°, ce même poids de $12^{gr},259$ deviendrait

$$1,2959 \frac{0,768}{0,760} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 17} = \frac{13,07}{1,06239} = 12^{gr},304.$$

La perte de poids serait donc moindre de $0^{gr},117$.

169. 1° La densité est proportionnelle à la pression ; par conséquent, à la pression de $0^{m},21$, la densité x de l'air est donnée par la proportion

$$\frac{x}{1} = \frac{0,21}{0,76} \quad \text{ou} \quad x = \frac{21}{76};$$

le poids de l'eau qui reste sous la cloche est égal à

$$1^{gr},3 \times 7,53 \times \frac{21}{76} \quad \text{ou} \quad 2^{gr},705.$$

Quant au poids de l'air retiré de la cloche, il est la différence entre le poids précédent et le poids de l'eau qui, primitivement, était sous la cloche ; ce dernier était égal à $1^{gr} \times 7,53$ ou $9^{gr},789$. On a donc retiré

$$9^{gr},789 - 2^{gr},705 = 7^{gr},084.$$

2° Pour avoir les deux poids précédents dans l'hypothèse d'une température égale à 15°, il suffit de ramener les densités à la température de 15°, ce qui se fait en les divisant par

$$1 + 0,00366 \times 15 \text{ ou } 1,0549.$$

On divisera donc par 1,0549 chacun des poids précédents, ce qui donnera :

Pour le premier..... ... $2^{gr},564$

Pour le second..... $6^{gr},715$

170. Soient V le volume du ballon, P et P′ les deux poids observés, d et d' les densités des deux gaz à 0°, et t et t' les températures des pesées :

$$P = V \times \frac{d}{1 + \alpha t},$$

$$P' = V \times \frac{d'}{1 + \alpha t'};$$

d'où nous concluons

$$\frac{d}{d'} = \frac{P}{P'} \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t}.$$

Remplaçant les lettres par leurs valeurs numériques,

$$\frac{d}{d'} = 0,8645.$$

CAPACITÉS CALORIFIQUES.

171. Dans ce problème comme dans tous ceux qui vont suivre, nous n'aurons qu'à écrire que la chaleur perdue par les corps qui se refroidissent est égale à celle que gagnent les corps qui se réchauffent.

Ainsi, soit x la température du mélange, nous aurons :

Chaleur perdue par le mercure,

$$18,2 \times 0,03\,(45,2 - x);$$

Chaleur gagnée par l'eau,

$$40,1\,(x - 3,4);$$

Chaleur gagnée par le vase,

$$0,758 \times \frac{1}{12}(x - 3,4).$$

On aura donc l'équation

$$15,2 \times 0,03\,(65,2 - x) = 40,1\,(x - 3,4) + 0,758 \times \frac{1}{12}(x - 3,4),$$

d'où l'on tire

$$x = 4^\circ,079.$$

172. Soit x la température du fer avant le mélange, on aura, en raisonnant comme au problème précédent,

$$45 \times 0,0939 + 400 = 100 \times 0,1137\,(x - 11),$$

d'où

$$x = 46^\circ,55.$$

173. Appelons x la température finale, on aura, en répétant le raisonnement du n° 171,

$$(400 + 30 \times 0,0939)\,(x - 10) = 40 \times 0,1137\,(100 - x),$$

d'où

$$x = 11^\circ.$$

174. Appelons x la température cherchée; le poids de la sphère de platine est égal à

$$\frac{4}{3}\pi\,(0,15)^3 \times 22 = 0^k,933;$$

on aura donc, de même que précédemment,

$$0,933 \times 0,035\,(x - 20) = (1,200 + 0,15 \times 0,095)\,10,$$

d'où

$$x = 1095^\circ,4.$$

175. Appelons x la température cherchée, on a, par le même raisonnement,

$$(30 \times 0,0939 + 500)\,(3,195 - x) = 100 \times 96,805 \times 0,1137,$$

d'où

$$x = 1^\circ,005.$$

176. Appelons x la température finale, nous aurons de même

$$12,68 \times 0,095\,(88,17 - x) = (40,12 + 0,452 \times 0,12)\,(x - 13,18),$$

d'où

$$x = 15^\circ,37.$$

L'élévation de température est donc de

$$15^\circ,37 - 13,18 = 2^\circ,19.$$

177. Appelons x le poids inconnu du corps, nous aurons de même

$$0,63\,(25,6 - 24,6)\,x = 1 \times 40\,(24,6 - 8),$$

d'où

$$x = 1053^k,968.$$

178. Appelons x le poids de l'un des morceaux du métal inconnu, c la capacité calorifique de ce métal, y la température finale de la seconde expérience; en raisonnant comme au n° **171** on a :

1re EXPÉRIENCE.

Chaleur perdue :

1° Par 50 grammes de laiton passant de 100° à 20°.

$$0,050 \times 80 \times 0,094 = 0,376;$$

2° Par les deux morceaux passant de 100° à 20°,

$$2\,cx \times 80 = 160\,cx.$$

Chaleur absorbée :

1° Par le calorimètre passant de 17°,821 à 20°,

$$0,050 \times 2,179 \times 0,094 = 0,0102413;$$

2° Par l'eau,

$$1 \times 2,179 = 2,179.$$

Égalant ces 2 caloriques, on a l'équation

$$376 + 160000\,cx = 10,2413 + 2179,$$

ou bien

$$160000\,cx = 1813,2413.$$

2e EXPÉRIENCE.

Chaleur perdue :

1° Par 50 grammes de laiton passant de 100° à y°,

$$0{,}050 \times 0{,}094\ (100 - y) = 0{,}47 - 0{,}0047\,y;$$

2° Par le morceau passant de 100° à y,

$$cx\ (100 - y).$$

Chaleur absorbée :

1° Par le calorimètre passant de 17°,821 à y°,

$$0{,}050 \times 0{,}094\ (y - 17{,}821) = 0{,}0047\,y - 0{,}0837587;$$

2° Par l'eau,

$$1\ (y - 17{,}821) = y - 17{,}821.$$

On en déduit l'équation

$$0{,}47 - 0{,}0047\,y + cx\ (100 - y)$$
$$= 0{,}0047\,y - 0{,}0837587 + y - 17{,}821,$$

ou bien

$$cx\ (100 - y) = 1{,}0094\,y - 18{,}3747587.$$

On a ainsi les équations

$$160000\ cx = 1813{,}2413,$$
$$cx\ (100 - y) = 1{,}0094\,y - 18{,}3747587.$$

Divisons-les membre à membre, il vient

$$\frac{160000}{100 - y} = \frac{1813{,}2413}{1{,}0094\ y - 18{,}3747587},$$

d'où

$$y = 19°{,}1.$$

179. Appelons x le poids d'eau inconnu, nous aurons, comme plus haut,

$$30 \times 0{,}0939 \times 0{,}716 + x \times 0{,}716 = 40 \times 0{,}1137 \times 79{,}284,$$

d'où

$$x = 500^{gr}{,}79.$$

180. L'épaisseur de cette paroi est la différence des deux rayons, l'un extérieur, l'autre intérieur. Sachant qu'à zéro le volume du vase est de ~~2~~ litres, le rayon intérieur r s'obtient immédiatement par la formule

$$\frac{2}{3}\pi r^3 = 3,$$

d'où

$$r = \sqrt[3]{\frac{9}{2\pi}} = 1,127.$$

Appelons R le rayon extérieur.

Le volume de la masse de cuivre sera à 0°

$$\frac{2}{3}\pi (R^3 - r^3).$$

Son poids sera

$$\frac{2}{3}\pi (R^3 - r^3) \times 8,8.$$

Or, par suite de l'expérience indiquée par l'énoncé, le vase gagne un nombre de calories représenté par

$$\frac{2}{3}\pi (R^3 - r^3) \times 8,8 \times 27 \times 0,095.$$

Cette chaleur gagnée est égale à celle que perd l'eau, savoir :

$$3 \times 09957 \times 3.$$

On aura donc l'équation

$$(R^3 - r^3) \times \frac{2}{3} \times \pi \times 8,8 \times 27 \times 0,095 = 3 \times 0,9957 \times 3,$$

qui, simplifiée, devient

$$(R^3 - r^3)\, 47,273 = 8,961.$$

On en tire

$$R^3 - r^3 = \frac{8,961}{47,273} = 0,188,$$

d'où

$$R = r^3 + 0,188 = 1,432 + 0,188 = 1,620$$

et

$$R = \frac{3}{\sqrt{1,620}} \ldots\ldots\ldots = 1^{d},170$$

d'ailleurs

$$r = \frac{3}{\sqrt{1,432}} \ldots\ldots\ldots = 1^{d},127$$

On a donc $R - r \ldots\ldots\ldots\ldots = 0,043$

L'épaisseur demandée est donc de $4^{mm},3$.

181. En raisonnant comme précédemment, on trouvera

$$x = \frac{6}{75,8385} = 0^{dc},07951,$$

$$y = 0,079508.$$

182. Appelons x et y les poids respectifs en kilogrammes du sulfure de cuivre et du sulfure d'argent entrant dans le mélange.

Exprimons que la quantité de chaleur perdue par les 5 kilogrammes du mélange des sulfures passant de la température 40° à la température 10° a été employée uniquement à élever les 6 kilogrammes d'eau de la température de 7°,669 à celle de 10°.

La quantité de chaleur perdue par le sulfure de cuivre est

$$x \times 0,1212 \times (40 - 10) = x \times 1,212 \times 3 = x \times 3,636.$$

De même celle qu'abandonne le sulfure d'argent est

$$y \times 0,0746 \times (40 - 10) = y \times 0,746 \times 3 = y \times 2,238.$$

La quantité de chaleur abandonnée par le mélange des sulfures est la somme des deux précédentes, c'est-à-dire

$$x \times 3,636 + y \times 2,238.$$

D'ailleurs la quantité de chaleur absorbée par l'eau est

$$6 \times (10 - 7,669) = 6 \times 2,331,$$

puisque la chaleur spécifique de l'eau est l'unité.

On a donc les deux équations

$$x + y = 5,$$

$$x \times 3,636 + y \times 2,238 = 6 \times 2,331 = 13,986.$$

On en tire

$$x = \frac{2,796}{1,398} = 2,$$

$$y = \frac{4,194}{1,398} = 3.$$

Le poids du sulfure de cuivre sera donc 2 kilogrammes, et celui du sulfure d'argent 3 kilogrammes.

183. Exprimons que la quantité de chaleur acquise par l'eau et par le vase qui la contient, pour s'élever de 14°,5 à 14°,6, est égale à la chaleur perdue par le métal pour que sa température s'abaissât de 60°,5 à 14°,6.

Appelons x la capacité calorifique de ce dernier métal, on a

$$32^{kg},5\,(14^{\circ},6 - 14^{\circ},5) + 3^{kg} \times 0,12 \times (14^{\circ},6 - 14^{\circ},5)$$
$$= 8^{kg},25 \times x\,(60^{\circ},5 - 14^{\circ},6),$$

$$32^{kg},5 \times 0,1 + 3^{\circ} \times 0,12 \times 0,1 = 8^{kg},25 \times 45^{\circ},9 \times x,$$

d'où

$$x = \frac{32^{kg},5 \times 0,1 \times 3^{kg} \times 0,12 \times 0,1}{8,25 \times 45,9}.$$

Effectuant les calculs, on obtient

$$x = 0,009.$$

184. Soit c la capacité calorifique inconnue. La chaleur possédée par chaque liquide avant le mélange est nulle pour l'eau, et représentée par 100° pour l'autre liquide. Après le mélange, la température commune aux deux liquides étant de 3°, la chaleur totale du mélange est égale à

$$(1 + c)\,3.$$

On a donc l'équation

$$(1 + c)\,3 = 100^{\circ};$$

d'où

$$97\,c = 3, \quad \text{et} \quad c = \frac{3}{97} = 0,31 \text{ par excès.}$$

185. Appelons x la chaleur spécifique cherchée, on aura, en raisonnant comme au n° 171,

$$5{,}287 \times 47^{\circ}{,}38 \times x = 28{,}178 \times 14{,}67 \times 1{,}719 \times \frac{1}{11} \times 14{,}67,$$

d'où

$$x = 1{,}659.$$

186. Soit x la chaleur spécifique cherchée, on aura

$$(500 + 30 \times 0{,}0939)\ 1\ 815 = x \times 100 \times 78{,}185,$$

d'où

$$x = 0{,}1167.$$

187. Appelons x la chaleur spécifique cherchée, nous écrirons

$$1 \times 0{,}12\,(17{,}5 - 14{,}5) + 25{,}37\,(17{,}5 - 14{,}5)$$
$$= 6{,}93 \times x\,(62{,}3 - 17{,}5),$$

d'où

$$x = 0{,}2463.$$

188. Soit x la chaleur spécifique cherchée, on a

$$5 \times x\,(80^{\circ} - 26{,}4)$$
$$= 60\,(26{,}4 - 15{,}5) + 0{,}534 \times 0{,}09\,(26{,}4 - 15{,}5),$$

d'où

$$x = 2{,}46.$$

189. Appelant x la chaleur spécifique du métal, on a

$$25\,(14{,}82 - 13{,}5) = 7{,}16 \times x\,(78 - 14{,}83),$$

d'où

$$x = 0{,}07295.$$

190. En désignant par x la capacité calorifique du sulfure de plomb, nous aurons :

Chaleur absorbée par l'eau..... $2 \times 1{,}2946 = 2{,}5892$

— par le calorimètre. $2 \times 0{,}100 \times 0{,}094 = 0{,}0188$

Chaleur perdue par le sulfure de plomb..... $0,100 \times 80\,x = 8\,x$

— par le fer... ... $0,200 \times 80 \times 0,114 = 1,824$

— par le laiton..... $0,050 \times 80 \times 0,094 = 0,376$

On en déduit l'équation

$$2,6080 = 8\,x + 2,200,$$

d'où

$$x = 0,051.$$

191. Appelons x la chaleur spécifique inconnue, nous aurons :

Chaleur perdue par le corps.... : $3,352\,x \times 74,32$

Chaleur gagnée par l'eau..... $23,528 \times 3,73$

— par le vase... .. $0,721 \times \frac{1}{15} \times 3,73$

On en déduit

$$3,352 \times 74,32\,x = 23,528 \times 3,73 + \frac{0,721 \times 3,73}{15},$$

ou bien

$$373680960\,x = 131908083,$$

d'où

$$x = 0,3530.$$

Il faudrait, pour que cette expérience fût rigoureuse, tenir compte :

1° De la chaleur absorbée par le thermomètre indiquant la température du mélange;

2° De la perte de chaleur provenant de l'échauffement du support du vase;

3° De celle qui provient du contact de l'air ambiant;

4° Enfin, si le corps était pulvérulent, il faudrait le renfermer dans des tubes et tenir compte de leur échauffement.

192. Représentons par x la capacité calorifique du liquide inconnu.

La chaleur perdue par le premier vase de laiton est de

$$0,050 \times 0,094 \times 80 = 0,0376;$$

celle perdue par le plomb, de

$$0,100 \times 0,051 \times 80 = 0,4080;$$

celle perdue par le fer, de

$$0,200 \times 0,1141 \times 80 = 1,8256.$$

La chaleur totale perdue par ces trois corps est donc de

$$0,0376 + 0,4080 + 1,8256 = 2,2712.$$

La chaleur gagnée par le second vase en laiton est de

$$0,100 \times 0,094 \times 2 = 0,0188.$$

Celle gagnée par le liquide dont la capacité calorifique est inconnue est de

$$1,2946 \times 2 \times x = 2,5892 \times x.$$

La chaleur totale gagnée par le second vase et son liquide est donc de

$$0,0188 + 2,5892 \times x.$$

Égalant entre elles les quantités de chaleur perdue et gagnée, on a l'équation

$$0,0188 + 2,5892 \times x = 2,2712,$$

d'où l'on tire

$$x = 0,87.$$

CHALEUR LATENTE DE FUSION.

193. Appelons x la température du mélange, nous écrirons, par le même raisonnement qu'au n° 171,

$$3,25\,(80 + x) = 14,00\,(36 - x),$$

d'où

$$x = 14^\circ,333.$$

194. Il nous faut d'abord connaître le poids des 350 litres d'eau. Ce poids est égal au volume multiplié par la densité. A 4°, la densité est 1 ; elle sera donc, à 32°,

$$\frac{1}{1+28\times\frac{1}{2360}},$$

$\frac{1}{2360}$ étant le coefficient de dilatation de l'eau.

La densité à 32° sera donc $\frac{23}{51}$, et le poids cherché

$$350\times\frac{2360}{2388}=345^{kg},9.$$

Dès lors nous aurons

$$x(79+16,5)=345,9\times15,5+25\times0,095\times15,5.$$

On en tire

$$x=56^{kg},52.$$

195. On aura, en appelant x le poids de glace cherché,

$$\pi\times1,25^2\times3(30-5)=x(79+5),$$

d'où

$$x=4382^k,799.$$

196. Soit x la température cherchée, nous écrirons, toujours par le même raisonnement,

$$7,250(79+x)=2,538\times\frac{1}{10}(28,5-x)+45(28,5-x),$$

d'où nous tirons

$$x=13^\circ,65.$$

197. Soit x le poids de la glace qui remplit la condition demandée, nous aurons

$$x(79+12,42)=25,175(35,25-12,42)$$
$$+5,425\times\frac{1}{12}(35,25-12,42).$$

d'ou

$$x=4^{kg},99814.$$

198. Considérons une surface de 1 mètre carré; appelons x la hauteur de pluie tombée; son volume sera x, et son poids serait

$$x \times 1000,$$

à la température de zéro.

Le poids de 1 mètre cube de glace étant de 930^{kg}, le poids de glace à fondre est

$$0,05 \times 950^{kg},$$

et nous aurons

$$0,05 \times 930 \times 79 = x \times 1000 \times 15,$$

d'où l'on tire

$$x = 0,24439.$$

199. L'équation du problème s'obtiendra en exprimant que la quantité de chaleur abandonnée par un litre d'eau qui se refroidit de $20^\circ - 6^\circ = 14^\circ$ a été employée : 1° à amener $0^{kg},87$ de fer de 0° à 6°; 2° à fondre x^{kg} de glace; 3° à échauffer x^{kg} de glace de 0° à 6°. On aura donc, en remarquant qu'un litre d'eau pèse 1^{kg},

$$1 \times 14 = 0,87 \times 0,1138 \times 6 + x \times 79,25 + x \times 6,$$

d'où

$$x = \frac{14 - 0.87 \times 0,1138 \times 6}{79,25 + 6} = 157^{gr},255.$$

200. La chaleur latente de fusion de la glace est mesurée par le nombre 79. On doit donc avoir, en appelant x le poids d'eau demandé,

$$45\,x = 79 \times 8,$$

d'où

$$x = \frac{79 \times 8}{45} = 14^{k},044.$$

201. La chaleur absorbée par la glace est égale à la chaleur cédée par le vase de verre et ses 2 kilogrammes d'eau.

Prenons pour unité de poids le gramme, et pour valeur de la chaleur latente de fusion de la glace 79,25.

On a, en appelant x le poids de la glace :

Chaleur latente absorbée par la fusion de la glace.....	$79{,}25 \times x$
Chaleur absorbée par l'eau provenant de la fusion de la glace.....	$10\,x$
TOTAL.....	$(79{,}25 + 10)\,x$
Chaleur cédée par les 2 kilogr. d'eau.....	$2000\,(27 - 10)$
Chaleur cédée par le vase, qui pèse 1 kilogr.....	$0{,}18 \times 1000\,(27 - 10)$
TOTAL.....	$(2000 + 0{,}18 \times 1000)\,(27 - 10)$

On en déduit l'équation

$$89{,}25\,x = 2180 \times 17,$$

d'où

$$x = \frac{2180 \times 17}{89{,}25} = 415^{gr},238.$$

CHALEUR LATENTE DE VAPORISATION.

202. Prenons 537 calories pour chaleur latente de la vapeur d'eau à 100°, et appelant x le poids de vapeur, on aura, toujours par le même mode de raisonnement,

$$(537 + 100 - 32)\,x = 500\,(32 - 8),$$

d'où

$$x = 9^{k},8684.$$

203. Appelant x la température inconnue, nous aurons, de même,

$$1300\,(x - 14) = 25\,(630 - x),$$

d'où

$$x = 25^{\circ},81.$$

204. Appelons x la température du mélange, nous aurons

$$34,26\,(140+540-16)=2500\,(x-16)+122\times 0,0939\,(x-16),$$

d'où

$$x=24^{\circ},936.$$

205. Appelons x le poids d'eau inconnu, nous aurons

$$5,37\,(640-30,4)=x\,(304-8,5)+0,428\times 0,1\,(30,4-8,5).$$

On en tire

$$x=149^{k},435.$$

206. Appelons x le poids de la vapeur d'eau, nous aurons

$$35\,(45,17-12,45)+1,523\times\frac{1}{10}\,(45,17-12,45)$$
$$=x\,(540+100-45,15).$$

On en conclut

$$x=1^{kg},934.$$

207. Appelant P le poids d'eau nécessaire à la condensation d'un poids p de vapeur, nous aurons

$$p\,(140+540-38)=\mathrm{P}\,(38-14),$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{P}=p\times 26,75.$$

208. Soit x le nombre de kilogrammes de vapeur nécessaire, on aura :

Chaleur perdue par x^{kg} de vapeur pour se condenser.....	$540\,x$
Chaleur perdue par l'eau qui en provient pour un abaissement de 74°,3.....	$74,3\times x$
Chaleur gagnée par 150 kilogr. d'eau....	$150\times 15,2$
— par $12^{kg},47$ de cuivre....	$12,47\times 15,2\times\frac{1}{10}$

que la chaleur gagnée égale la chaleur *perdue, on*

$$x(540 + 74,3) = 15,2\,(150 + 1,247),$$

$$x = \frac{2298.9544}{614,3} = 3^{k},742.$$

ɔelons x le poids de la masse d'eau. Cette masse ab-
ɔmbre de calories représenté par $25\,x$.
ilogrammes d'eau abandonnent, en se condensant,
ılories. Les 5 kilogrammes d'eau à 100° fournie par
ɔnsation dégagent en outre $5(100 - y)$ calories en
de 100° à la température finale inconnue y° du mé-
ı donc l'équation

$$25\,x = 5 \times 555 + 5\,(100 - y).$$

nc indétermination.

t x le poids de la vapeur.
ır latente fournie par la condensation est

$$x \times 537.$$

ır abandonnée par l'eau qui en résulte est

$$x\,(100 - 30).$$

ır gagnée par les 2000 grammes d'eau est

$$2000\,(30 - 15).$$

ır gagnée par le vase est

$$100 \times 0,0939\,(30 - 15).$$

ıduit l'équation

$$57 + 70) = (2000 + 100 \times 0,0939)\,(30 - 15),$$

$$x = 49^{gr},65.$$

211. La chaleur latente de vaporisation de l'eau est égale à 537 calories.

On a donc, en appelant x le poids d'eau cherché,

$$537 \times 18 + 18\,(100 - 29) = (29 - 11{,}5)\,x,$$

d'où

$$x = \frac{537 \times 18 + 18 \times 71}{17{,}5} = \frac{18 \times 608}{17{,}5} = 625^{kg},371^{gr}.$$

212. La chaleur cédée par la vapeur d'eau a été absorbée par les 2 kilogrammes d'eau à 0° et par le vase. Si donc on appelle x la température finale du mélange, on a, en prenant pour unité de poids le gramme, pour la chaleur latente cédée par la vapeur au moment de sa liquéfaction,

$$537 \times 100,$$

et, pour celle cédée par cette vapeur liquéfiée dont la température s'abaisse de 100° à x,

$$100\,(100 - x),$$

ce qui a donné pour la chaleur totale cédée

$$537 \times 100 + 100\,(100 - x).$$

D'autre part, la chaleur gagnée par les 2 kilogrammes d'eau, de 0° à x, est

$$2000\,x,$$

et celle gagnée par les 500 grammes de cuivre du vase est

$$0{,}095 \times 500\,x.$$

La chaleur totale absorbée est donc

$$(2000 + 0{,}095 \times 500)\,x$$

On en déduit l'équation

$$53700 + 10{,}000 - 100\,x = (2000 + 47{,}5)\,x$$

ou

$$2147{,}5\,x = 63700;$$

d'où

$$x = \frac{63700}{2147,5} = 29^{\circ},66.$$

213. Soit x la première portion, y la seconde. On a, en prenant le gramme pour unité,

(1) $$x + y = 1000.$$

D'ailleurs la chaleur abandonnée par la portion x se décompose ainsi :

Par le refroidissement de 50° à 0..	$50x$ calories
Dans la solidification.....	$79,25\,x$
La chaleur totale abandonnée est donc.....	$(50+79,25)x = 129,25x$.

Pareillement, la portion y absorbe :

Par l'échauffement de 50 à 100....	$50\,y$
Par la vaporisation.....	$535\,y$
La chaleur totale absorbée par y est donc.....	$(535+50)y = 585\,y$.

On en déduit l'équation

(2) $$129,25\,x = 585\,y.$$

Résolvant le système des équations (1) et (2), on trouve

$$x = 819^{gr},04, \quad y = 180^{gr},96.$$

214. Une couche de neige de 1 centimètre d'épaisseur et de 1 mètre carré de superficie pèse $1^{mq} \times 0,01 \times 0,77 = 7^{kg},7$. Pour la fondre, il faut $7,7 \times 79,25$ calories. Pour chauffer de 0° à 12° l'eau qui en résulte, il faut $7,7 \times 12$ calories. Pour vaporiser cette eau à 12°, il faut $7,7 \times 600$ calories. Donc la quantité de chaleur cherchée sera $7,7\ (600 + 12 + 79,25) = 5322,625$ calories.

215. Exprimons que la chaleur absorbée par la glace pour se fondre et passer ensuite de l'état d'eau à 0° à l'état d'eau à 20° a été fournie par la liquéfaction des 3 kilogrammes de vapeur

d'eau, et le passage de l'eau qui résulte de cette liquéfaction a la température de 20°.

La chaleur absorbée par la glace pour se fondre est

$$x \times 79{,}25;$$

celle qu'absorbe cette eau de fusion pour passer à 20° est

$$y \times 20.$$

La chaleur abandonnée par la vapeur, tant dans son changement d'état que dans son passage de 132° à 20°, est

$$3 \times (525 + 132 - 20).$$

On aura donc

$$x \times (79{,}25 + 20) = 3 \times (525 + 132 - 20),$$

d'où

$$x = \frac{3 \times 525 + 132 - 20}{79{,}25 + 20} = 19^{kg}{,}254.$$

216. Soit x la température demandée; un poids P de phosphore dégagera, par sa solidification, une quantité de chaleur représentée par

$$P \times 5{,}4;$$

d'autre part, pour remonter la température du phosphore à celle de son point de fusion, une quantité de chaleur

$$P \times x \times 0{,}20$$

est nécessaire. D'après l'énoncé, il doit y avoir égalité entre ces deux quantités de chaleur; on aura donc l'équation

$$x \times 0{,}20 = 5{,}4,$$

d'où

$$x = 27°.$$

217. Pour passer de 30° à 44°,2, la masse totale de phosphore, que je supposerai égale à 1 kilogramme, absorbera un nombre de calories représenté par

(1) $$(44{,}2 - 30)\,0{,}2.$$

La fusion x de cette masse qui se solidifie, en revenant au point de solidification, dégage, par le fait même de cette solidification, un nombre de calories représenté par

$$(2) \qquad 5,4 \times x.$$

D'après l'énoncé, il doit y avoir égalité entre (1) et (2), d'où l'équation

$$(44,2 - 30)\ 0),2 = 5,4\ x.$$

On en tire

$$x = \frac{14,2 \times 0,2}{5,4} = 0,525925.$$

VAPEURS.

218. Le poids de 1 litre de vapeur d'eau à 100° sous la pression normale de $0^m,76$ est

$$\frac{5}{8} \times 1,293\ \frac{1}{1 + 100\alpha}.$$

Avec $3^{kg},285$ d'eau, on pourra donc produire un nombre de litres x de vapeur égal à

$$\frac{3285 \times 8 \times 1,367}{5 \times 1,293} = 5556^{lit},8.$$

219. Désignons par S la section du tube exprimée en décimètres carrés. Le volume V occupé à 38° par la vapeur d'éther a pour expression, en litres, 10 S.

Cela posé, d'après une formule connue, le poids P en grammes d'un certain nombre 10 S de litres d'éther à la température 38° et sous la pression 700^{mm} a pour expression

$$(1) \qquad P = 10\,S \times 1,293 \times \frac{700}{760}\,\frac{1}{1 + 38\alpha} \times 2,5.$$

Mais ce poids est précisément celui de la couche liquide dont on cherche l'épaisseur x : une seconde expression de ce poids sera donc, en grammes,

$$(2) \qquad 1000 \times S \times x \times 0{,}715.$$

Égalant les expressions (1) et (2) de l'équation résultante, on tire pour la valeur de x, en décimètres,

$$x = \frac{10}{1000} \times 1{,}293 \times \frac{700}{760} \times \frac{1}{1 + 38 \times 0{,}00367} \times \frac{2{,}5}{0{,}715},$$

ou

$$x = 0^{dm},\ 368664, \text{ ou environ } 3^{mm},7.$$

220. La tension de la vapeur sera représentée par la colonne de mercure de 30^{m} ramenée à 0°, c'est-à-dire

$$\frac{30}{1 + \frac{20}{6480}},$$

augmentée de la pression atmosphérique observée à 0°, c'est-à-dire

$$\frac{0{,}74}{1 + \frac{20}{5550}}:$$

La tension cherchée t est donc

$$t = \frac{30}{1 + \frac{20}{6480}} + \frac{0{,}74}{1 + \frac{20}{5550}} = 30^{m},645 = 40^{atm},3.$$

221. La dépression du mercure représente la force élastique de la vapeur à 20°. A 0°, la colonne de mercure aura sa valeur à 20°, diminuée dans le rapport des densités ou de $1 + \alpha t$ à 1. Elle sera donc

$$17^{mm},9 \times \frac{1}{1 + \frac{20}{5550}}\ 17^{mm},825.$$

222. Un litre d'air, à 0° et sous la pression de $0^m,76$, pèse $1^{gr},293$; 1 gramme d'air, dans les mêmes conditions, occupera donc un volume, en litres, de

$$\frac{1}{1,293};$$

à la température de 100° et sous la même pression de $0^m,76$, ce gramme d'air occupera un volume, en litres, de

$$\frac{1}{1,293} \times 1,367.$$

La densité de la vapeur d'eau étant les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, dans les mêmes conditions de pression et de température, 1 gramme de vapeur d'eau, à 100° et sous la pression de $0^m,76$, occupera donc un volume égal au précédent multiplié par $\frac{8}{5}$, soit

$$\frac{1}{1,293} \times 1,367 \times \frac{8}{5} = 1,692.$$

MÉLANGES DE GAZ.

223. On sait que si l'on mélange, la température restant constante, plusieurs masses de gaz, la force élastique du mélange est la somme des forces élastiques des gaz mélangés, rapportées chacune au volume total. D'après la loi de Mariotte, ces forces élastiques sont, en atmosphères :

Pour l'hydrogène..... $\frac{2}{3} \times 3 = 2^{atm}$;

Pour l'acide carbonique. $\frac{4}{3} \times 5 = 6^{atm},667$;

Pour l'azote..... $\frac{3}{3} \times \frac{1}{2} = 0^{atm},5$.

La force élastique du mélange sera donc $9^{atm},167$, ou bien, en mercure, $6^m,997$.

224. La force élastique du mélange sera la somme des forces élastiques des gaz considérés comme occupant chacun le volume de 2 litres. La loi de Mariotte $PV = P'V'$ donne, pour ces forces élastiques P et P',

$$p = \frac{0,76 \times 1250}{2000},$$

$$p' = \frac{0,90 \times 1500}{2000};$$

donc

$$p + p' = 1^{m},15.$$

225. Sous la pression H et à la température t, le poids x d'un volume V d'un certain gaz dont la densité par rapport à l'air est d est donné par la formule

$$x = V \times d \times 1,293 \times \frac{H}{760} \times \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Le poids de 10 litres d'air à 30° et à la pression de 235^{mm} est donc

$$x = 10 \times 1,293 \times \frac{235}{760} \times \frac{1}{1 + 30 \times 0,00366};$$

celui de 10 litres d'acide carbonique à 30° et à la pression de 521^{mm} est

$$y = 10 \times 1,52 \times 1,293 \times \frac{521}{760} \times \frac{1}{1 + 30 \times 0,00366}.$$

De même, les poids de l'hydrogène et de la vapeur d'eau sont

$$z = 10 \times 0,06 \times 1,293 \times \frac{352}{760} \times \frac{1}{1 + 30 \times 0,00366},$$

$$t = 10 \times 0,622 \times 1,293 \times \frac{18}{760} \times \frac{1}{1 + 30 \times 0,00366}.$$

Le poids cherché P est la somme de ces différents poids; on a donc

$$P = \frac{10 \times 1,293}{760 \times (1 + 30 \times 0,00366)}$$
$$\times (235 + 1,52 \times 521 + 0,06 \times 352 + 0,622 \times 18).$$

En effectuant les calculs, on trouve $P = 16^{gr},23$.

226. La force élastique d'un mélange gazeux est égale à la somme des forces élastiques des gaz qui le composent, ces gaz étant supposés occuper chacun un volume égal au volume du mélange. Il suffit donc de faire passer chacune des masses gazeuses données à 0° et au volume de 10 litres, de calculer les pressions nouvelles et d'en faire la somme. Or V étant le volume d'un gaz à la température t et à la pression H, et V′ étant le volume de ce gaz à la température t' et à la pression H′, on a la relation générale

$$V' = V \times \frac{H}{H'} \times \frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}.$$

En appliquant cette relation à chacun des gaz dont il s'agit, on aura

1° Pour l'air,

$$10 = 6 \times \frac{720}{H'} \times \frac{1}{1+20\alpha},$$

d'où

$$H' = \frac{6}{10} \times \frac{1}{1+20\alpha} \times 720;$$

2° Pour l'hydrogène,

$$10 = 10 \times \frac{740}{H'_1} \times \frac{1}{1+40\alpha},$$

d'où

$$H'_1 = 740 \times \frac{1}{1+40\alpha};$$

3° Pour l'azote,

$$10 = 12 \times \frac{22}{H'_2} \times \frac{1}{1+30\alpha},$$

d'où

$$H'_2 = 20 \times \frac{12}{10} \times \frac{1}{1+20\alpha}.$$

La force élastique du mélange est donc

$$x = H' + H'_1 + H'_2 = \frac{6}{10} \times \frac{1}{1+20\alpha} \times 720 + \frac{1}{1+40\alpha} \times 740 + \frac{12}{10} \times \frac{1}{1+30\alpha} \times 20.$$

En prenant pour coefficient de dilatation des gaz $\alpha = 0,00366$ et en effectuant les calculs, on trouve

$$x = \frac{432}{1,0732} + \frac{740}{1,1464} + \frac{24}{1,1098},$$

ou

$$x = 402,5 + 645,5 + 24,6 = 1069^{mm},6.$$

227. Soit H la pression initiale commune aux trois gaz. Les volumes, ramenés à zéro, seront respectivement :

Pour l'oxygène,

$$\frac{25}{1 + 15\alpha};$$

Pour l'hydrogène,

$$\frac{32}{1 + 40\alpha};$$

Pour l'azote,

$$\frac{60}{1 + 60\alpha}.$$

Ces gaz ayant été introduits dans un ballon dont la capacité est de 340 centimètres cubes, leur pression commune à zéro serait

$$\left(\frac{25}{1 + 15\alpha} + \frac{32}{1 + 40\alpha} + \frac{60}{1 + 60\alpha}\right)\frac{H}{340}.$$

La température du mélange étant alors portée à 40°, sans que le volume change, cette pression deviendra

$$\left(\frac{25}{1 + 15\alpha} + \frac{32}{1 + 40\alpha} + \frac{60}{1 + 60\alpha}\right)\frac{H}{340}(1 + 40\alpha).$$

MÉLANGES DE GAZ ET DE VAPEURS.

228. Le poids de 1^{mc} de vapeur à 0° est $0,62 \times 1,29 = 0^{kg},7998$. Appelons x la pression cherchée; 1^{mc} à 10° et à la pres-

sion x pèse 2^{gr}; à la pression $0^m,76$ et à $0°$, il pèse 799,8; on en conclut

$$\frac{799,8 \times x}{1,0367} = 2 \times 0,76,$$

d'où

$$x = 0^c,197.$$

229. L'air étant à demi saturé, la tension de la vapeur d'eau qu'il contient, considérée comme occupant seule tout le volume du mètre cube, est donc de

$$0^m,01575.$$

La pression de l'air sec, considéré de même comme occupant tout le volume du mètre cube, serait

$$0^m,760 - 0^m,01575 = 0^m,74425.$$

Le mélange étant ramené à $0°$, toujours sous la pression $0^m,760$, et d'autre part la tension de la vapeur d'eau à $0°$ étant de $0^m,0046$, la pression de l'air sec, considéré encore comme occupant seul le nouveau volume, serait

$$0^m,760 - 0,0046 = 0^m,7554.$$

On a donc deux états de la même masse d'air, occupant, dans le premier cas, un volume de 1 mètre cube à la température de 30° et sous la pression de $0^m,74425$, et, dans le second, un volume inconnu V, à la température de 0° et sous la pression de $0^m,7554$; on est ainsi ramené à un problème déjà résolu, et l'on trouvera sans difficulté que le volume demandé est

$$V = \frac{1}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{0,74425}{0,7554} = 0^m,88752.$$

230. Le mélange d'air et de vapeur d'éther peut être considéré comme constitué : 1° par un volume $V = 0,01 \times 1 = 10$ litres d'air sous la pression 80^{mm}; 2° par un volume $V = 10$ litres de vapeur d'éther sous la pression $x - 80$, x désignant la pression totale inconnue. Cela posé, il est évident que le poids P de cet

éther est égal, en grammes, à $100 \times 2 \times 0,715 = 143^{gr}$. Appliquant donc une formule connue, on aura

$$143 = 10 \times 1,293 \times 2,5 \times \frac{x-80}{760} \times \frac{1}{1+38 \times 0,00367}.$$

On déduit de là

$$x = 2^{m},963.$$

231. On sait, d'après les lois sur le mélange des gaz et des vapeurs, que la pression de mélange est égale à la somme des pressions de l'air et de la vapeur, considérés comme occupant chacun seul le volume entier. Si donc on appelle x la pression totale et h celle de la vapeur, on a

$$x = 750 + h.$$

Pour évaluer h, on dira, sachant que la densité de la vapeur d'eau égale 0,622 :

5 litres de vapeur d'eau à 0° et 760 pèsent..... $5 \times 1^{gr},0^{m},293 \times 0,622,$

Et à 20°, la pression étant h..... $\frac{5 \times 1,293 \times 0,622 \times h}{(1+20 \times 0,00367)\,760}.$

Or ce poids est précisément celui des 25 milligrammes d'eau vaporisée; on a donc l'équation

$$\frac{5 \times 1,293 \times 0,622 \times h}{(1+20 \times 0,00367)\,760} = 0,025.$$

On en déduit

$$h = \frac{4,078920}{0,804246} = 5^{mm},071,$$

d'où

$$x = 755^{mm},071.$$

HYGROMÉTRIE.

232. Les volumes sont directement proportionnels aux binômes de dilatation, et inversement proportionnels aux pressions. On a donc

$$x = 50\,\frac{1 + 30{,}0 \times 00367 \times 730 - 12.7}{1 + 15{,}0 \times 00367 \times 780 - 31{,}5}$$

$$= 50\,\frac{1{,}11010}{1{,}05505}\,\frac{717{,}3}{748{,}5} = 50^{dc},416.$$

233. La perte de poids qu'éprouvera le ballon est le poids de 10 litres d'air humide à la température de 20° et à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$; ce poids est donné par la formule

$$P = 10 \times \frac{1{,}293}{1 + 20\alpha} \times \frac{780 - \frac{3}{8} \times \frac{3}{4} \times 17{,}4}{760} = 12^{gr},2852.$$

234. Le gaz occupe un volume de $4^{lit},5$ à la pression ($759^{mm} - 12^{mm},699$), soit $746^{mm},301$. A la pression de 748^{mm}, il sera donc

$$4{,}5 \times \frac{746{,}301}{748} = 4^{lit},4897.$$

235. La formule du n° 237, appliquée à l'énoncé actuel, donne

$$V = \frac{P \times 0{,}76\,(1 + \alpha t)}{4{,}293\left(H - \frac{3}{8}f\right)};$$

et, en substituant aux lettres leurs valeurs numériques données par l'énoncé, on trouve

$$V = 2^{lit},601.$$

236. 1° Le gaz occupe un volume de 3 litres à la pression

$(760 - \frac{3}{4} \times 31,5)$, soit 736,2; son volume à la pression 760 sera donc

$$3 \times \frac{736,2}{760} = 2^{\text{lit}},905.$$

2° L'augmentation de poids de l'acide sulfurique est le poids de la vapeur d'eau contenue dans l'air :

$$P = 3 \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} \times \frac{1,293}{1 + 30\alpha} \times \frac{31,5}{760} = 0^{\text{gr}},068.$$

237. La formule qui donne le poids de V litres d'air humide à la pression H et à la température $t°$, et l'état hygrométrique étant $\frac{f}{F}$ (F tension maxima de la vapeur d'eau à $t°$), est

$$P = \frac{V \times 1,293\left(H - \frac{3}{8}f\right)}{(1 + \alpha t) \times 0,76}.$$

Si nous appelons x le poids cherché, nous aurons

$$x = V \times 1,293;$$

d'ailleurs V se tire de la formule précédente; faisant l'application au problème actuel, on obtient

$$x = 16^{\text{gr}},963.$$

238. Si le volume n'avait pas changé, la pression serait devenue

$$H + EF,$$

en appelant E l'état hygrométrique; mais la pression n'ayant pas varié, le volume est devenu, d'après la loi de Mariotte,

$$V \times \frac{H + EF}{H}.$$

L'augmentation v de ce volume est donc

$$v = V \times \frac{H + EF}{H} - V = V \times \frac{EF}{H} = 0^{\text{lit}},0681.$$

Le poids du volume V d'air à t° et sous la pression H est

$$P_1 = \frac{1,293\,VH}{(1+\alpha t)\,0,76}.$$

Le poids du volume $V\,\frac{H+EF}{H}$ d'air à l'état hygrométrique E et sous la pression H à t° est

$$P = \frac{1,293 \times V\,\frac{H+EF}{H}\left(H - \frac{3}{8}EF\right)}{(1+\alpha t) + 0,76}.$$

L'augmentation du poids est donc

$$P = P - F_1 = \frac{1,293 \times VEF\,\left(\frac{5H-EF}{8H}\right)}{(1+\alpha t) \times 0,76} = 51^{mg},77.$$

239. En prenant la formule du n° 237 et y faisant $V = 1$ litre, remplaçant les autres lettres par leurs valeurs numériques, on obtient

$$P = 1^{gr},166823.$$

Comme 1 mètre cube contient 1000 litres, le poids cherché est

$$1166^{gr},507.$$

240. Le poids de V litres d'air humide est donné par la formule

$$P = \frac{V \times 1,293\left(H - \frac{3}{8}f\right)}{(1+\alpha t) \times 0,76}.$$

On donne

$$P = 16^{gr},14;$$

donc, tout calcul fait,

$$V = 13^{lit},3377.$$

A 0°, le volume eût été V_0.

$$V_0 = \frac{V}{(1+\alpha t)} = 12^{lit},4257.$$

241. Le poids de la vapeur contenue dans 1 litre d'air dont l'état hygrométrique est 0,8 est

$$P = \frac{5}{8} \times \frac{1,293}{1 + \alpha t} \times \frac{0,8 \times F}{0,76};$$

dans V litres, il serait V fois plus grand; ici, on suppose $P = 1^{kg}$; on aura donc

$$1^{kg} = V \times \frac{5}{8} \times \frac{1,293}{1 + \alpha t} + \frac{0,8 \times F}{0,76};$$

d'où l'on tire V en décimètres cubes :

$$V = 72949^{dc} = 72^{mc},939125.$$

242. 1° Le poids de vapeur d'eau contenue dans 1 litre d'air à la température de $t°$, et la force élastique étant f, est donné par la formule

$$P = 0,622 \times \frac{1,293}{1 + \alpha t} \times \frac{f}{0,76}.$$

La tension de la vapeur à 15°, à saturation, est $0^{m},0127$; à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$, ce sera

$$f = \frac{3}{4} \times 0,0127 = 0,00952.$$

Le poids P_1 de vapeur contenue dans 75 000 litres sera

$$P_1 = 75000\,P = 0^{kg},71615.$$

2° Appelons v le volume d'air à 0° et à la pression $0^{m},76$ qui aurait le même poids que les $75\,000^{dc}$ d'air contenus dans la chambre, on aurait

$$v = 75000 \times \frac{0,760 - 0,00952}{1 + \alpha t} = 70196^{lit},24.$$

Cette masse d'air contiendrait un volume d'oxygène égal à

$$v \times \frac{20,8}{100}$$

et pesant $v \times \frac{20,8}{100} \times 1,1056 \times 1,293 = 20^{kg},87246$; et un vo-

lume d'azote égal à

$$v \times \frac{79,2}{100}$$

et pesant $v \times \frac{79,2}{100} \times 0,9714 \times 1,293 = 69^{ks},82900.$

243. Cherchons d'abord la capacité du ballon ; elle sera, à 20°,

$$12\left(1 + \frac{20}{38700}\right) = 12^{lit},0062.$$

Le poids de $12^{lit},0062$ d'hydrogène à la pression de

$$0,77 - \frac{3}{4} \times 0,0175 = 0,756875$$

et à la température de 20° est

$$P = 12,0062 \times 0,0688 \times 1,293 \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367} \times \frac{756,875}{760} = 0^{gr},9909.$$

Le poids du même volume de vapeur, dans les mêmes conditions de température, est

$$P' = 12,0062 \times \frac{5}{8} \times 1,293 \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367} \times \frac{13,125}{760} = 0^{gr},1561.$$

244. La température ne changeant pas, la pression de la vapeur d'eau reste la même; on peut donc appliquer la loi de Mariotte, qui donne, en appelant x le volume inconnu,

$$x = 2 \times \frac{0,76 - \frac{1}{2} \times 0,0315}{3,04 - \frac{1}{2} \times 0,0315} = 0^{lit},4922.$$

245. Ce poids se compose du poids de l'air sec augmenté de celui de la vapeur d'eau.

Le poids de l'air sec est $\frac{10 \times 1,293\,(750 - 12)}{760\,(1 + 25 \times 0,00367)}$.

Celui de la vapeur est $\frac{10 \times 1,293 \times 12 \times 0,622}{760\,(1 + 25 \times 0,00367}$.

On aura donc

$$x = \frac{12,93}{760\,(1 + 25 \times 0,00367)}(750 - 12 + 12 \times 0,622) = 11^{gr},616.$$

246. Soit x le volume inconnu. En écrivant que son poids, 10 grammes, est égal au poids d'air sec augmenté de celui de la vapeur d'eau, on a l'équation

$$10 = \frac{1,293 \times x \times \left(740 - \frac{3}{11} \times 31,5\right)}{(1 + 0,00367 \times 30)\,760} + \frac{1,293 \times x \times \frac{3}{11} \times 31,5 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 30)\,670 \times 8},$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{742434,8800}{83833,5945} = 8^{lit},85.$$

247. L'accroissement de poids de la pierre ponce est le poids de la vapeur d'eau contenue dans 5 litres d'air. On l'obtient en multipliant par $\frac{5}{8}$ le poids d'un égal volume d'air dans les mêmes conditions de pression et de température.

On aura ainsi

$$\frac{1,293 \times 20 \times 17,5 \times 5}{(1 + 20 \times 0,00367) \times 760 \times 8} = 0^{gr},346.$$

248. La marche à suivre consiste à calculer : 1° le poids de l'air contenu dans le ballon à 0° et sous la pression $0^{m},76$; 2° le poids qui y sera contenu à 100° et sous la pression $0^{m},60$. La différence de ces deux poids sera le poids cherché.

On obtient ainsi

$$x = 5 \times 1,293 - 5\left(1 + \frac{100}{38700}\right) \times \frac{60}{76\,(1 + 0,307)} = 3^{gr},57.$$

249. En appelant V le volume primitif de l'air saturé à la température t, V′ le volume de ce même air sec à la tempéra-

ture t', H la pression atmosphérique, f et f' les tensions maxima de la vapeur d'eau à t et à t', on a

$$\frac{V(H-f)}{1+\alpha t}=\frac{V'(H-f')}{1+\alpha t'},$$

d'où

$$V'=\frac{V(H-f)(1+\alpha t')}{(H-f')(1+\alpha t)}.$$

En substituant aux lettres leurs valeurs dans l'énoncé et effectuant les calculs, on a

$$V'=\frac{100\times 728,5\times(1+0,00367\times 10)}{751\times(1+0,00367\times 30)}=90^{mc},590.$$

D'autre part, le poids de l'air humide contenu dans l'unité de volume a pour expression

$$p=\frac{1,293\left(H-\frac{3}{8}f\right)}{(1+\alpha t)\,760}.$$

En appliquant à cette formule les données de l'énoncé, on a pour le poids de l'air à 30°

$$p'=\frac{100\times 1,293\times 748,2}{1,1101\times 760}=114^{kg},667.$$

Le poids du même air à 10° est

$$p''=\frac{90,59\times 1,293\times 756,6}{1,0367\times 760}=112^{kg},482,$$

dont la différence $p'-p''=2^{kg},185$ représente le poids de l'eau condensée.

250. L'espace cubique considéré, ayant 1200 mètres de côté, a un volume égal à 1200^3 ou 1728000000 mètres cubes.

Calculons le poids de vapeur d'eau contenue dans 1 mètre cube.

Ce poids est donné par la formule connue

$$p=V\times 1,293\times\frac{5}{8}\times\frac{f}{760}\times\frac{1}{1+\alpha t},$$

dans laquelle V désigne le volume exprimé en litres et f la tension de la vapeur d'eau à la température t.

Si l'on remplace V et f par leurs valeurs, α par 0,00367 et t par 20, la formule devient

$$p = 1000 \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times \frac{0,0174}{0,760} \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367},$$

ou

$$p = \frac{1293 \times 5 \times 0,0174}{8 \times 0,760 \times 1,0734},$$

ou enfin

$$p = \frac{1293 \times 5 \times 17,4}{8 \times 760 \times 1,0734} = 12^{gr},2.$$

1 mètre cube contenant $17^{gr},2$ de vapeur, le cube donné en contiendra $1728000000 \times 17,2$ grammes ou 29721600 kilogrammes.

251. Le poids total x de l'air saturé se compose évidemment de deux parties : 1° du poids x_a de l'air supposé sec; 2° du poids x_v de la vapeur. Or, d'après la loi du mélange des gaz et des vapeurs, la force élastique totale de l'air humide étant de 750^{mm}, celle de l'air supposé sec et occupant le volume de 15 litres est de $(750 - 17,39)^{mm}$. Donc, d'après une formule connue, on a

$$x_a = 15 \times 1,293 \times \frac{750 - 17,39}{760} \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367}.$$

En second lieu, le poids x_v de la vapeur d'eau qui sature le volume 15 litres d'air à la température de 20° s'obtiendra en remarquant que, d'après la loi du mélange des gaz et des vapeurs, cette vapeur est un gaz qui occupe le volume de 15 litres avec la force élastique de $17^{mm},39$. On aura donc

$$x_v = 15 \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times \frac{17,39}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 20},$$

et par suite

$$x = x_a + x_v = 15 \times 1,293 \times \frac{750 - \frac{5}{8} \times 17,39}{760} \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367}.$$

Le calcul donne

$$17^{gr},6757.$$

252. Sous la pression 0,76, le poids du litre d'air à 100° est

$$P = \frac{1,293}{1 + 100\,\alpha}.$$

Le poids de V litres de vapeur, à la même température et sous la même pression, est

$$P = V\frac{1,293}{1 + 100\,\alpha} \times \frac{5}{8}.$$

Et, comme le poids P est donné, on aura

$$3^{k},185 = V\frac{1,293}{1 + 100\,\alpha} \times \frac{5}{8},$$

d'où l'on tire V en mètres cubes :

$$V = \frac{3,185\,(1 + 100\,\alpha) \times 8}{1,293 \times 5},$$

$$V = 5^{mc},387.$$

253. D'après la loi du mélange des gaz et des vapeurs, énoncée par Dalton et vérifiée par Gay-Lussac, si l'on désigne par x le volume occupé à 30° sous la pression 760 par les 15 litres d'air saturé d'humidité, on pourra considérer l'air sec contenu dans ce mélange comme occupant le volume total x, sous la pression $(760 - 31,5)^{mm}$ et à la température de 30°.

Mais cette même masse d'air occupe à zéro, sous la pression $0^{m},760$, un volume de 15 litres. L'équation du problème sera donc

$$x\,(760 - 31,5) = 15\,(1 + 0,00367,30)\,760.$$

On en tire

$$x = 17^{lit},382.$$

254. La tension de la vapeur contenue dans le volume donné d'air est $f = 0,75 \times F_{30} = 0,75 \times 31,4$. Il s'agit donc de trouver le poids de 1000 litres de vapeur d'eau à 30° et sous la pression $0,75 \times 31,4$.

On sait que la densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$ et que le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367. On a donc

$$P = \frac{1000 \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times 0,75 \times 31,4}{(1 + 30 \times 0,00367)\,760} = \frac{15225,075}{674,9408} = 22^{gr},558.$$

255. Le volume total de l'air est de 10000 litres.

Cet air étant à moitié saturé, la vapeur s'y trouve à une tension égale à la moitié de la tension maxima à 10°, soit $\frac{9^{mm},16}{2}$ ou $4^{mm},58$.

Donc le poids de la vapeur contenue dans ces 10000 litres est, en grammes,

$$P = \frac{10000 \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times 4,58}{(1 + 10 \times 0,00367) \times 760} = 46^{gr},976.$$

Ce poids représente un volume de $46^{cc},976$, et, si l'on divise ce volume par la base $1^{dq} = 100^{cq}$, on a l'épaisseur demandée $4^{mm},6976$.

256. 1° L'état hygrométrique est donné par le rapport $e = \frac{f}{F}$, f indiquant la force élastique de la vapeur contenue dans l'air, F la force élastique maxima à la température de l'expérience. Dans les trois cas à considérer, f est constant et égal à $8^{mm},375$, puisque le dépôt de rosée s'est produit à la même température de 8°. Quant à F, dont la valeur est variable, nous avons, d'après l'énoncé

$$F_{16} = 13,630, \quad F_{28} = 27,390, \quad F_{23} = 20,577.$$

On aura donc

$$e_{16} = \frac{8,375}{13,630} = 0,6144,$$

$$e_{28} = \frac{8,375}{27,390} = 0,3057,$$

$$e_{23} = \frac{8,375}{20,577} = 0,4070.$$

2° Le poids de vapeur d'eau contenue dans chaque mètre cube d'air n'a pas varié pendant toute la journée, puisque la condensation a eu lieu constamment à 8°. Ce poids est celui de 1 mètre cube de vapeur ayant à 8° la force élastique maxima 8,375. Il a donc pour valeur

$$P = \frac{1{,}293 \times 1000 \times \frac{5}{8} \times 8{,}375}{(1 + 0{,}00367 \times 8) \times 760} = 8^{gr},651.$$

257. Un espace cubique de 1 kilomètre de côté comprend 1000000000 de mètres cubes. Cherchons donc le poids de ce nombre de mètres cubes de vapeur d'eau dans les deux cas de saturation, et nous en ferons la différence. Si nous appelons P_{20} et P_{10} ces deux poids, nous aurons

$$P_{20} = \frac{1000000000 \times 1{,}293 \times \frac{5}{8} \times 17{,}39}{(1 + 0{,}00367 \times 20)\, 760},$$

$$P_{10} = \frac{1000000000 \times 1{,}293 \times \frac{5}{8} \times 9{,}16}{(1 + 0{,}00367 \times 10)\, 760}.$$

Ces poids sont exprimés en kilogrammes, l'unité de volume étant le mètre cube.

D'où

$$P_{20} - P_{10} = \frac{1000000000 \times 1{,}293 \times \frac{5}{8}}{760} \times \left(\frac{17{,}39}{1 + 0{,}00367 \times 20} - \frac{9{,}16}{1 + 0{,}00367 \times 10}\right).$$

Effectuant le calcul, on trouve 7831581 kilogrammes.

258. L'air donné occupe primitivement à 30° le volume 20 litres, sous la pression $(760 - 31{,}5)^{mm}$. Il occupe ensuite un volume x, à la température 20°, sous la pression $\left(760 - 17{,}5 \times \frac{3}{4}\right)^{mm}$,

et l'on a

$$\frac{x}{20} = \frac{760 - 31,5}{760 - \frac{17,5 \times 3}{4}} \times \frac{1 + 20\alpha}{1 + 30\alpha},$$

d'où

$$x = \frac{20^{\text{lit}} \times (760 - 31,5) \times (1 + 20\alpha)}{\left(760 - \frac{17,5 \times 3}{4}\right) \times (1 + 30\alpha)} = 18^{\text{lit}},8.$$

259. 1° 5 grammes d'air, à 0° et sous la pression $0^{m},760$, occupent un volume, en litres, de

$$\frac{5}{1,293}.$$

A 15°, et sous la même pression, ce volume sera

$$\frac{5}{1,293}(1 + 0,00367 \times 15).$$

5 grammes de vapeur d'eau, dans ces mêmes conditions, occuperont donc un volume de

$$\frac{5}{1,292}(1 + 0,00367 \times 15) \times \frac{8}{5}.$$

La tension de cette vapeur, dans le mélange occupant un volume de 1 mètre cube ou 1000 litres, sera donc

$$\frac{5}{1,293}(1 + 0,00367 \times 15)\frac{8}{5} \times \frac{0,760}{1000} = 0^{m},005.$$

2° Si la pression totale est de 0,760, la pression de l'air sec, supposé comme occupant tout le volume du ballon à la température de 15°, serait

$$0,760 - 0,005 = 0^{m},755.$$

Ce volume, ramené à 0° et sous la pression de $0^{m},760$, serait alors

$$1000 \times \frac{0,755}{0,760} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 15}.$$

En le multipliant par 1,293, poids en grammes de l'air sec, à 0° et sous la pression de $0^m,760$, on aurait, pour le poids de l'air sec contenu dans le ballon,

$$1000 \times \frac{0,755}{0,760} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 15} \times 1,293 = 1217,5.$$

L'addition des 5 grammes de vapeur d'eau donne 1222,5 pour le poids de l'air humide contenu dans le ballon, à 15° et sous la presssion de 0,760.

260. Le volume de 6 grammes d'eau, à 20° et sous la pression de 0,760, est, en litres, de

$$\frac{6}{1,233}(1 + 0,00367 \times 20)\frac{8}{5}.$$

La tension de cette vapeur, considérée comme occupant un volume de 1 mètre cube ou 1000 litres, serait donc

$$\frac{6}{1,293}(1 + 0,00367 \times 20)\frac{8}{5} \times \frac{0,760}{1000}.$$

La tension de la vapeur d'eau saturée à 20° étant de $17^{mm},4$, on a pour le degré d'humidité demandé

$$\frac{6}{1,293}(1 + 0,00367 \times 20)\frac{8}{5} \times \frac{0,760}{1000} \times 0,0174 = 0,348.$$

ACOUSTIQUE.

261. Soient r et r' les rayons des sections des deux cordes.

1° Les nombres des vibrations des cordes étant proportionnels aux racines carrées des poids tenseurs, et inversement proportionnels aux rayons des sections, on a

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{P}{P'}} \times \frac{r'}{r}.$$

Pour que les cordes soient à l'unisson, il faudra que $\frac{n}{n'} = 1$, ce qui donne

$$\sqrt{\frac{P}{P'}} \times \frac{r'}{r} = 1.$$

Ici, P' est l'inconnue; on a d'ailleurs

$$\frac{r'^2}{r^2} = 4 \text{ et } P = 1,$$

d'où il résulte que

$$P' = 4^{kg}.$$

2° Pour que la deuxième corde rende l'octave aiguë de la première, il faut qu'elle fasse un nombre de vibrations double du précédent; le poids qui tendra la corde dans le second cas doit donc être de 16^{kg}.

262. Appelons l et l' les longueurs des cordes. Les nombres de vibrations des cordes sont proportionnels aux racines carrées des poids qui mesurent les tensions des cordes et en raison inverse des longueurs de ces cordes. Nous aurons donc :

1° $$\frac{n}{n'} = 1 = \frac{l'}{l} \times \sqrt{\frac{x}{1}},$$

d'où

$$x = 4^{kg};$$

2° $$\frac{n}{n'} = \frac{1}{2} = \frac{l'}{l} \times \sqrt{\frac{x}{1}},$$

d'où

$$x = 16^{kg};$$

3° $$\frac{n}{n'} = \frac{1}{3} = \frac{l'}{l} \times \sqrt{\frac{x}{1}},$$

d'où

$$x = 36^{kg}.$$

263. Le rapport des nombres de vibrations est inverse de celui des racines carrées des densités; on aura

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{d'}{d}} = \sqrt{\frac{21,75}{8,53}} = 1,5968.$$

264. Le rapport des nombres de vibrations des cordes est le même que celui des racines carrées des poids tenseurs; donc

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{P}{P'}} = \sqrt{\frac{11,25}{23,60}} = 0,6904.$$

265. Quand un son est la quinte d'un autre, le nombre de vibrations de la corde qui le produit est les $\frac{2}{3}$ de celui de la corde qui produit le premier; d'ailleurs les nombres de vibrations sont inversement proportionnels aux longueurs, proportionnels aux racines carrées des poids tenseurs; on aura donc

$$\frac{n}{n'} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{l'}{l} \times \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{P'}}.$$

On en conclut

$$\frac{P}{P'} = \frac{n^2}{n'^2} \times \frac{l^2}{l'^2} = \frac{9}{4} \times \frac{25}{36} = 1,5625.$$

266. La formule générale qui renferme les lois des vibrations des cordes est

$$n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi D}},$$

r étant le rayon de la corde, l sa longueur, P le poids tenseur, et D la densité de la substance dont est formée la corde.

Les deux cordes données étant de même nature et de même longueur, on aura

$$n' = \frac{1}{r'l}\sqrt{\frac{P'}{\pi D}}, \quad \text{d'où} \quad \frac{n}{n'} = \frac{r'}{r}\sqrt{\frac{P}{P'}} = \frac{d'}{d}\sqrt{\frac{P}{P'}};$$

d'ailleurs $P = 4^{kg}$, $P' = 9^{kg}$; donc $\frac{n}{n'} = \frac{d'}{d}\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{d'}{d} \times \frac{2}{3}$.

Les sections sont entre elles comme les carrés des diamètres, si l'on admet qu'elles sont circulaires; on aura donc

$$\frac{S}{S'} = \frac{d^2}{d'^2} = \frac{n'^2}{n^2} \times \frac{4}{9}.$$

Le rapport des nombres de vibrations correspondant à l'intervalle d'une quinte est $\frac{3}{2}$; on aura donc

$$\frac{n}{n'} = \frac{3}{2}, \quad \text{d'où} \quad \frac{n'^2}{n^2} = \frac{4}{9};$$

donc

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}.$$

267. n étant le nombre des vibrations d'une corde pendant l'unité de temps, l la longueur de la corde, S sa section, d son poids spécifique, P le poids tenseur, g l'accélération due à la pesanteur, laquelle définit l'unité de temps, on a

$$n^2 = \frac{Pg}{dSl^2}.$$

On aura donc aussi

$$n'^2 = \frac{P'g}{d'S'l'^2},$$

d'où

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{Pg}{dSl^2} \times \frac{d'S'l'^2}{P'g} = \frac{P}{P'} \times \frac{S'}{S} \times \frac{l'^2}{l^2} \times \frac{d'}{d}.$$

Par hypothèse,

$$S = S' \text{ et } l' = l;$$

donc

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{P}{P'} \times \frac{d'}{d}.$$

D'ailleurs, P et P' étant respectivement égaux aux poids des deux cordes, on a

$$P = d S l,$$

$$P' = d' S l,$$

d'où

$$\frac{P}{P'} = \frac{d}{d'}.$$

Donc

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{d}{d'} \times \frac{d'}{d} = 1.$$

On a donc

$$n^2 = n'^2, \quad \text{ou} \quad n = n' \quad \text{et} \quad \frac{n}{n'} = 1.$$

268. Toutes choses égales d'ailleurs, le nombre de vibrations d'une corde étant inversement proportionnel à la racine carrée de la densité, on aura

$$\frac{x}{880} = \frac{\sqrt{7.7}}{\sqrt{21,2}},$$

$$x = 530.$$

Et aussi le nombre de vibrations étant proportionnel à la racine carrée du poids tenseur, on aura

$$\frac{y}{1350} = \frac{\sqrt{20,7}}{\sqrt{21,2}},$$

$$y = 1737.$$

269. Soient C et C' les deux chevalets : la partie AC, devant rendre l'octave aiguë du son donné par AB, aura pour longueur $\frac{1}{2}$; la partie CC', devant rendre la quinte de cette octave, aura pour longueur $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{3}$. Par conséquent, C'B aura pour longueur

$$1^m - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}.$$

Le nombre de vibrations exécutées par

$$AC \text{ sera } 2 \times 261 = 522,$$

$$CC' \text{ sera } 3 \times 261 = 783,$$

$$C'B \text{ sera } 6 \times 261 = 1566.$$

La partie C'B rend, comme on le voit, la quinte de la seconde octave du son rendu par AB.

270. Les nombres de vibrations étant, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnels aux racines carrées des tensions des cordes, on aura pour le nombre de vibrations, dans le second cas,

$$500\sqrt{\frac{49}{25}} = 500 \times \frac{7}{5} = 700.$$

271. Toutes choses égales d'ailleurs, on a

$$\frac{n}{n'} = \frac{r'}{r} \times \sqrt{\frac{d'}{d}}.$$

Ici

$$\frac{n'}{n'} = 1;$$

on donne

$$\frac{d'}{d} = \frac{7,8}{8,9};$$

on demande

$$\frac{r'}{r} = K;$$

on aura

$$\frac{r'}{r} = K - \sqrt{\frac{d'}{d'}} = 1,06818.$$

Le fil le plus dense est donc le moins gros.

272. Le second harmonique du tuyau fermé est au son fondamental dans le rapport de 1 à 5; pour le tuyau ouvert, le même rapport est celui de 1 à 3.

La première loi de Bernouilli indique que le son fondamental

rendu par un tuyau ouvert est l'octave aiguë du même son rendu par un tuyau fermé. Or l'octave aiguë est au son fondamental dans le rapport de 1 à 2; ainsi, dans le cas que nous traitons, les nombres de vibrations des seconds harmoniques dans les deux tuyaux, l'un fermé, l'autre ouvert, seront dans le rapport de 6 à 5.

La longueur de l'onde dans un tuyau fermé est quatre fois celle du tuyau; ici, la longueur de l'onde sera donc de 8 mètres; d'ailleurs la vitesse du son dans l'air à 20° est égale à la vitesse à zéro multipliée par

$$\sqrt{1+\alpha t}.$$

Cette vitesse sera donc de $343^{m},96$, et le nombre de vibrations sera

$$\frac{343.96}{8} = 43 \text{ vibrations}$$

pour le son fondamental; pour le 2e harmonique du tuyau fermé, on aura donc

$$43 \times 5 = 215 \text{ vibrations},$$

et pour le 2e harmonique du tuyau ouvert

$$215 \times \frac{6}{5} = 258 \text{ vibrations}.$$

OPTIQUE.

273. Soient A et B les deux lumières; j'appelle x les distances du point également éclairé à la lumière A, que je suppose la plus forte; lorsque deux lumières rayonnent sur un point, leurs intensités en ce point sont en raison inverse des carrés des distances à la source; on aura donc

$$\frac{6}{x^2} = \frac{1}{(4,15-x)^2},$$

d'où nous tirons

$$x' = 2{,}9469,$$
$$x'' = 7{,}0131.$$

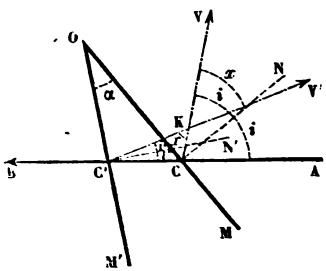
274. On sait que les intensités des deux lumières varient en raison inverse des carrés des distances à ces lumières aux points éclairés; en sorte que si deux lumières ayant des intensités I et I' éclairent également une surface dont elles sont respectivement distantes de d et d', on aura

$$\frac{I}{I'} = \frac{d^2}{d'^2}.$$

Faisant l'application de cette formule au cas actuel,

$$\frac{I}{I'} = \frac{1}{2{,}5^2} = \frac{1}{6{,}25} = \frac{4}{25}.$$

275. Supposons que notre feuille de papier représente le plan horizontal contenant le rayon lumineux fixe AB. Ce plan horizontal coupera le miroir plan dans ses deux positions successives suivant OM et OM'; C et C' seront les points de rencontre du rayon AB et du miroir dans ses positions successives. C N, C'N' perpendiculaires à OM et à OM' seront les normales aux points d'incidence. On construira les deux rayons réfléchis, en faisant l'angle VCN = NCA et V'C'N = N'C'A. Appelons i les deux premiers angles et i' les deux derniers. L'angle COC' sera l'angle donné α; l'angle VKV' sera l'angle cherché x. Le triangle KCC' donne CKC' + KC'C + KCC' = 2 droits; ou bien $x + 2i' + 180 - 2i = 180$.

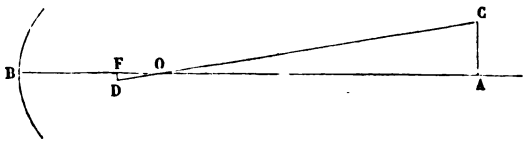


Le triangle OCC' donne COC' + OCC' + OC'C = 2 droits; ou bien $\alpha + 90 - i + 90 + i' = 180$, d'où

$$x = 2i - 2i',$$
$$\alpha = i \quad - i';$$

donc $x = 2\alpha$.

276. Soient A le lieu de l'objet, F le foyer de l'image et O le centre de la sphère à laquelle appartient la surface du miroir :



1° Pour trouver la position de l'image, on a la relation

$$\frac{BF}{OF} \text{ ou } \frac{BF}{OB - BF} = \frac{BA}{OA},$$

d'où

$$\frac{BF}{OB} = \frac{BA}{OA + BA};$$

on en tire

$$BF = \frac{BA}{OA + BA} \cdot OB,$$

et, dans le cas particulier des données de l'énoncé,

$$BF = \frac{3}{2+3} 1 = \frac{3}{5} = 0^m,60$$

et

$$OF = OB - OF = 0^m,40.$$

L'image se formera donc à $0^m,60$ du miroir.

2° Quant à la grandeur de l'image, nous déduisons de la figure la relation

$$FD = AC \cdot \frac{OF}{OA};$$

et, en faisant application des valeurs numériques, on trouve

$$FD = 0,008 \times \frac{0,40}{2} = 0^m,016;$$

l'image aura donc 16^{mm} de hauteur.

277. Si nous appelons n l'indice de réfraction d'une substance quelconque, i l'angle d'incidence, r l'angle de réfraction, on sait que

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

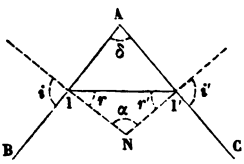
L'angle i augmentant, l'angle r augmentera lui-même, mais ne pourra croître au delà de la limite fixée, en faisant dans la formule

$$i = 90^\circ;$$

alors

$$\sin r = \frac{1}{n}.$$

Inversement, pour qu'un rayon venant du milieu le plus dense dans le moins dense puisse émerger, il faut que la formule donne pour $\sin i$ une valeur possible, c'est-à-dire moindre que 1. Si r prend une valeur plus grande, l'expérience montre qu'il n'y a plus réfraction, mais réflexion totale.



Cela posé, soit BAC un prisme, δ son angle réfringent. Quand le rayon incident rasera la face AB, suivant BI, l'angle de réfraction r sera le plus grand possible et sera déterminé par la formule

$$\frac{1}{\sin r} = n,$$

ou

$$\sin r = \frac{1}{n}.$$

Pour que le rayon II' qui traverse le prisme puisse émerger, il faut que l'angle II'N soit tel que la formule donne pour $\sin i'$ une valeur moindre que 1; la plus grande valeur de r' sera donc donnée par la formule

$$\frac{1}{\sin r'} = n, \quad \sin r' = \frac{1}{n}.$$

D'ailleurs IN et I'N étant les deux normales, on voit que, dans le quadrilatère AI'N, les angles en I étant droits,

$$\delta + \alpha = 180^\circ;$$

mais, dans le triangle II'N,

$$r + r' = 180 - \alpha;$$

donc

$$\delta = r + r'.$$

Chacun des angles r et r' ne peut croître au delà de la limite indiquée plus haut; il s'ensuit que δ ne peut croître au delà du double de cette limite.

$$\sin r = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,576}$$

donne pour r la valeur

$$39^\circ\ 23'\ 3'',2.$$

Il s'ensuit que, pour toutes les valeurs de δ supérieures à

$$2 \times 39^\circ 23' 3'',2 = 78^\circ\ 46',$$

aucun rayon tombant sur une face n'émergera de l'autre face du prisme.

278. Soit AB la surface de séparation des deux milieux et NN la normale. Les angles i et r d'incidence et de réfraction formés par un rayon OL quelconque se réfractant suivant OL′ sont liés par la relation

$$\frac{\sin i}{\sin r} = 1,336.$$

Réciproquement, si nous supposons un rayon lumineux émanant de l'eau suivant L′O, il se réfractera dans l'air suivant OL, de telle sorte que

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{1,336}.$$

Or le dernier rayon lumineux qui, émanant de l'eau, pourra passer dans l'air, sera celui qui se réfractera suivant BO perpendiculaire à la normale, ligne située dans la surface de séparation. Dans ce cas, l'angle r prendra une valeur inconnue x et l'angle i celle de 90°, et l'on aura encore

$$\frac{\sin x}{\sin 90} = \frac{1}{1,336},$$

d'où

$$\sin x = \frac{\sin 90}{1,336} = \frac{1}{1,336} = 0,748.$$

Or

$$\log \sin x = -\log 1,336 = 1,8741935;$$

donc

$$x = 48^\circ\, 27'\, 29'',09.$$

CHIMIE.

---

1. Le nombre p de grammes d'hydrogène occupant un volume V, sous la pression $730 - 9,5 = 720,5$, à la température de 10°, est donné par la formule

$$p = V \times 1,293 \times \frac{720,5}{760} \times \frac{1}{1 + 10 \times 0,00367} \times 0,0692.$$

Ici,

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\, 10^3 \text{ (en litres)}.$$

D'autre part, le nombre x de grammes d'eau nécessaire pour obtenir la quantité demandée d'hydrogène est égal à $9p$, l'équivalent de l'eau étant 9 et celui de l'hydrogène étant égal à l'unité. On aura donc

$$x = 12000 \times \pi \times \frac{720,5}{760} \times \frac{1}{1,0367} \times 0,0692.$$

On trouve ainsi

$$x = 2385^{gr},637.$$

2. La réaction qui se passe dans la préparation du chlore sec est représentée par la formule

$$Mn\,O^2 + 2H\,Cl = Mn\,Cl + 2HO + Cl,$$

c'est-à-dire que, par cette réaction, un équivalent de bioxyde de manganèse donne un équivalent de chlore. Donc, sachant que $Mn = 28$, $O = 8$, $Cl = 35,5$, on en conclut que 440 grammes de bioxyde de manganèse donnent naissance à 355 grammes de chlore, ou que 100 grammes de bioxyde de manganèse fournissent $\frac{355 \times 100}{440}$ grammes de chlore. Cela posé, le volume V à t°, sous la pression H, d'un nombre P de grammes d'un gaz de densité d est exprimé en litres par la formule

$$V = \frac{P}{1,293 \times d} \times \frac{760}{H} \times (1 + \alpha t).$$

On n'a rien spécifié pour la température et la pression. Prenons $H = 760^{mm}$ et $t = 0$, il viendra

$$V = \frac{P}{1,293 \times d} \times \frac{355 \times 100}{440 \times 1,293 \times 2,4}.$$

On trouve ainsi

$$V_0 = 25^{lit},9995.$$

On peut conclure qu'à la température t, et sous la pression H, 100 grammes de bioxyde de manganèse fourniront un nombre de litres de chlore exprimé par

$$V = 26 \times \frac{H}{760} \times (1 + \alpha t).$$

3. Le poids d'un litre d'oxygène à la température de 10° et sous la pression de $0^m,750$ est donné par la relation

$$P = 1,293 \times \frac{1}{1,0367} \times \frac{750}{760} \times 1,1056.$$

D'autre part, 100 grammes de chlorate de potasse donnent $37^{gr},5$ d'oxygène. Le volume demandé est donc égal à

$$\frac{37,5}{P} = \frac{37,5 \times 1,0367 \times 760}{1,293 \times 750 \times 1,1056} = 27^{lit},558.$$

4. Calculons d'abord le poids de 500 mètres cubes d'hydrogène à la température 20° et sous la pression 770 millimètres. Ce volume, ramené à 0° et à la pression 760 millimètres, devient

$$500 \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367} \times \frac{77}{76}.$$

Son poids est donc en grammes

$$500 \times \frac{1}{1 + 20 \times 0,00367} \times \frac{77}{76} \times 1293 \times 0,06926 = P.$$

La réaction qui exprime la décomposition de la vapeur d'eau est représentée par la formule

$$3\,Fe + 4\,HO = Fe^3\,O^4 + 4\,H.$$

Les équivalents donnent

$$3\,Fe = 84, \quad 4\,HO = 36, \quad Fe^3\,O^4 = 116, \quad 4\,H = 4.$$

Il faut donc 84 parties en poids de fer et 36 parties de vapeur d'eau pour donner 116 d'oxyde de fer magnétique et 4 d'hydrogène, ou, en prenant le quart de ces nombres multipliés par P, le poids 9P de vapeur d'eau et le poids 21P de fer pour donner le poids P d'hydrogène et le poids 29P d'oxyde de fer. Le calcul de P donne

$$P = \frac{500 \times 77 \times 1293 \times 0,06926}{1,0734 \times 76} = 42263^{gr}.$$

On a donc :

Hydrogène.....	$P = 42263^{gr} =$	$42^{kg},263$;
Vapeur d'eau. ...	$9P = 383067^{gr} =$	$380^{kg},673$;
Fer.....	$21P = 887523^{gr} =$	$887^{kg},523$;
Oxyde de fer.....	$29P = 1225627^{gr} =$	$1225^{kg},627$.

5. L'équation chimique qui représente la réaction est

$$\mathrm{Ca\,O,\,CO^2 + SO^3,\,HO = Ca\,O,\,SO^3,\,HO + CO^2};$$

mais

$$\mathrm{Ca\,O,\,CO^2} = 50 \quad \text{et} \quad \mathrm{CO^2} = 22.$$

Donc il faut 50 grammes de carbonate de chaux pour obtenir 22 grammes de gaz acide carbonique, et par suite $\frac{22}{50}$ de carbonate pour 1 gramme de gaz. Cela posé, pour saturer l'eau, on devra, d'après les termes de l'énoncé, employer 100 litres de gaz à 15° et sous la pression de 6 atmosphères. Ce volume, ramené à 0° et à 0,760 de pression, devient

$$V = \frac{100}{1 + \alpha t} \times 6;$$

il pèse donc, en grammes, si l'on prend pour poids du litre d'air 1,293,

$$P = \frac{100}{1 + 15 \times 0{,}00367} \times 6 \times 1{,}293 \times 1{,}529 = 1124^{g},3053,$$

et les $\frac{50}{22}$ de ce poids, qui représentent la quantité de carbonate de chaux demandé, donnent

$$x = 1124{,}3053 \times \frac{50}{22} = 2555^{gr},24.$$

6. L'équation chimique qui représente la réaction est

$$\mathrm{Fe + SO^3,\,HO = FeO,\,SO^3 + H},$$

et l'on voit, en appliquant les équivalents, que 28 kilogrammes de fer fournissent 1 kilogramme d'hydrogène.

Cela posé, et dans les conditions énoncées, 100 mètres cubes d'hydrogène *saturé* contiennent 100 mètres cubes de gaz *sec*, à une pression représentée par 769,16 — 9,16 = 760; en appelant p ce poids évalué en kilogrammes, le poids de 1 mètre cube d'air étant $1^{kg},293$, on a

$$p = \frac{129{,}3 \times 0.06926}{1 + 10 \times 0{,}00367} = 8^{kg},639.$$

Tel est le poids de 100 mètres cubes d'hydrogène. Or il a été établi que 1 kilogramme d'hydrogène était donné par 28 kilogrammes de fer; donc le poids cherché sera

$$8,639 \times 28 \quad \text{ou} \quad 179^{kg},677.$$

7. Un litre d'oxyde de carbone à 20° et sous la pression $0^{m},750$ pèse

$$\frac{1.293}{1 + 20 \times 0,00367} \times \frac{75}{76} = 0,967 = 1^{gr},1495.$$

D'ailleurs l'équation chimique de la réaction est, si l'on néglige la fonte de fer formée,

$$Fe^2 O^3 + 3C = 3Fe + 3CO,$$

ou, si l'on prend les équivalents,

$$Fe^2 O^3 = 80, 3CO = 42, 3C = 18;$$

c'est-à-dire que 80 kilogrammes de sesquioxyde de fer donnent 42 kilogrammes d'oxyde de carbone, et 1 kilogramme d'oxyde de fer donne $\frac{42}{80}$ ou $\frac{21}{40}$ kilogrammes de gaz.

D'autre part, si 1,1495 est le poids d'un litre de gaz dans les conditions de l'énoncé, 1 kilogramme de gaz est le poids d'un volume, en mètres cubes, de $\frac{1}{1,1495}$; et $\frac{21}{40}$ kilogrammes, le poids d'un volume de $\frac{21}{1,1495 \times 40}$, égalent $0^{mc},4567203$.

Quant au poids de charbon, on l'obtiendra en remarquant que 1 kilogramme d'oxyde de fer demande

$$\frac{18}{80} = \frac{9}{40} \text{ de charbon, soit } 0^{kg},225.$$

FIN.

TABLE DES MATIÈRES

SOLUTIONS.

PHYSIQUE

Pages.

PRÉCIS SUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE PHYSIQUE..... 1

Problèmes sur les poids spécifiques..... 19

Principe d'Archimède..... 22

Corps lestés..... 23

Corps flottants..... 26

Pesées. — Correction de la perte de poids. — Mesure des densités..... 27

Aréomètres..... 32

Pesées. — Correction de la pression atmosphérique..... 33

Aérostats..... 34

Pesées. — Corrections de la température et de la pression.... 37

Aérostats. — Conditions de température et de pression..... 43

Corps lestés et aréomètres. — Conditions de température..... 43

Hydrostatique..... 44

Vases communiquants..... 44

Presse hydraulique..... 46

Pression atmosphérique..... 47

Loi de Mariotte..... 48

1° Température constante..... 48

Pages.
2° Température variable 53
Divers problèmes sur le principe d'Archimède et la loi de Mariotte, avec conditions de température 56
Corrections barométriques 59
Machine pneumatique 61
Machine de compression 64
Chaleur 66
Thermomètre 66
Dilatation des corps solides et liquides 69
Problèmes divers 89
Dilatation des gaz 92
Capacités calorifiques 102
Chaleur latente de fusion 111
Chaleur latente de vaporisation 114
Vapeurs 120
Mélanges de gaz 122
Mélanges de gaz et de vapeurs 125
Hygrométrie 128
Acoustique 140
Optique 146

CHIMIE

Problèmes divers 151

Paris. — Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins. — 6015-77.